

Verhalten sich institutionelle Investoren prozyklisch oder antizyklisch?

Klaus Spremann*

1. Zwei Risikobegriffe	1
2. Das Modell	4
3. Die Ausfallwahrscheinlichkeit	8
4. Die ökonomische Aktienquote	11
5. Die aufsichtsrechtliche Aktienquote	14
6. Prozyklisches Verhalten?	18

1. Zwei Risikobegriffe

Es gibt grundsätzliche Unterschiede in der Art, in der private und institutionelle Investoren die Asset-Allokation festlegen.

Private Investoren möchten ihr Geld “gut” anlegen und beachten dabei selten die spätere Verwendung. Oft wird das Geld angelegt, ohne daß eine klare Absicht besteht, was mit dem späteren Anlageergebnis einmal geschehen soll. Die Privatinvestoren sind überzeugt, daß mit einer höheren Aktienquote langfristig zwar eine “bessere Rendite” verbunden ist, doch wird das Risiko in den Wertschwankungen gesehen. Privatinvestoren identifizieren das Risiko mit der Streuung der Rendite, genau wie es MARKOWITZ vorschlug. Es hängt davon ab, wie große Schwankungen ein Privatinvestor psychologisch aushält. Die persönliche Risikopräferenz bestimmt die nutzenoptimale Gewichtung von Aktien beziehungsweise des Marktportfolios.

Das entsprechende Entscheidungsmodell wurde von SAMUELSON für veränderlichen Zeithorizont formuliert.¹ Das Ergebnis des Samuelson-Modells ist, daß es *keine* Zeithorizont-Effekte gibt. Das nutzenmaximale Exposure (in Aktien oder in das Marktportfolio) ist unabhängig von der Anlagedauer. Es hängt vor allem von der persönlichen Risikoaversion des Investors ab und selbstverständlich von der Höhe der Überrendite, die mit Aktien oder dem Marktportfolio verbunden ist sowie von der Risikostreuung.

* Prof. Dr. Klaus Spremann, Universität St. Gallen, Schweizerisches Institut für Banken und Finanzen. Mail and Visit: Rosenbergstrasse 52, CH-9000 St. Gallen, Tel: +41-71-224 70 74, Email: klaus.spremann@unisg.ch, Homepage: www.sbf.unisg.ch

¹ PAUL A. SAMUELSON: The judgement of economic science on rational portfolio management: indexing, timing, and long-horizon effect. *Journal of Portfolio Management*, Fall 1989, pp. 4-12.

Die Unabhängigkeit vom Zeithorizont ist für viele von uns überraschend und läuft der Intuition zuwider, weil wir immer wieder Berichte lesen, nach wieviel Jahren Aktien besser sind als Bonds. Wer Aktien und Bonds vergleicht, stellt die Frage, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Aktienrendite oberhalb Vergleichsrendite (eben der von Bonds) liegt. Wird die Vergleichsrendite als Ziel und Meßlatte gesteckt, wird die Perspektive eingenommen, das Verfehlen des Ziels mit einem "Schadenereignis" oder einem "Shortfall" zu identifizieren. Es wird nach Shortfall-Risiko oder Ausfallrisiko gefragt: Mit welcher Wahrscheinlichkeit erreicht man mit Aktien (oder mit dem Marktportfolio) nicht die Vergleichsrendite, etwa die Rendite von Anleihen?

Das so verstandene Ausfallrisiko hängt generell vom Zeithorizont ab. Deshalb verwundert es nicht, daß mit der Länge der Anlageperiode die Wahrscheinlichkeit immer geringer wird, daß Aktien Bonds nicht schlagen können. So zeigen die publizierten Vergleiche Anlagehorizonte, bei denen man "sicher sein" kann, daß Aktien Bonds übertreffen. Diese Anlagehorizonte betragen circa 20 Jahre. Doch selbst bei einer so langen Anlagedauer ist es historisch gesehen gelegentlich vorgekommen, daß Aktien den Bonds unterlegen waren. Wer das Ausfallrisiko in den Vordergrund stellt, sollte bei der Entscheidung *Aktien oder Bonds* erst dann Aktien wählen, wenn der Anlagehorizont wenigstens 25 Jahre beträgt. SIEGEL weist darauf hin, daß man in den USA bis in den Zeitraum 1831-1861 zurückgehen muß, um eine dreißigjährige Periode zu finden, in der Anleihen insgesamt bessere Renditen erbrachten als Aktien,² CAMPBELL und VICEIRA üben Kritik.³

Zwei Risikobegriffe

Harry Markowitz: Risk

Standardabweichung der Rendite

Andrew Roy: Ausfallrisiko

Wahrscheinlichkeit, daß die Rendite unterhalb einer (vorgegebenen) Mindestrendite liegt

Institutionelle ziehen solche Vergleiche mit einer Benchmark. Institutionelle Investoren müssen aus dem Anlageergebnisse Verpflichtungen und Ansprüche bedienen, zu denen sie gesetzlich verpflichtet sind, oder die sie als Leistungen ihren Kunden garantiert beziehungsweise in Aussicht gestellt haben.⁴ Diese Ver-

² 1. JEREMY J. SIEGEL: *Stocks for the long run — The Definitive Guide to Financial Market Returns and Long-Term Investment Strategies*, McGraw-Hill, New York, 2. Auflage 1998. 2. ELROY DIMSON, PAUL MARSH und MIKE STAUNTON: *Triumph of the Optimists — 101 Years of Global Investment Returns*, Princeton University Press, New Jersey and Oxford, 2002. 3. CREDIT SUISSE, ECONOMIC RESERACH & CONSULTING (Herausgeber): *Börsencrashes und die Kunst der Kapitalanlage*. Economic Briefing Nr. 29, Zürich 2002. 3. RICHARD STEHLE: Aktien versus Renten. In: *Handbuch Altersversorgung* (CRAMER, FÖRSTER, RULAND, eds.), Frankfurt (1998), pp. 815-831.

³ JOHN Y. CAMPBELL and LUIS M. VICEIRA: *Strategic Asset Allocation — Portfolio Choice for Long-Term Investors*. Oxford University Press 2002.

⁴ Es gibt demnach "harte" und "weiche" Ansprüche der Kunden, und gelegentlich wandelt der Institutionelle weiche Ansprüche und verleiht ihnen den Charakter von harten Forderungen.

pflchtigungen lassen sich so formulieren, daß mit den Finanzanlagen eine Mindestrendite, sie sei mit m bezeichnet, erreicht oder übertroffen werden muß. Die Mindestrendite ist entweder ein "technischer Zins" oder eine "garantierte Rendite." Liegt die tatsächliche, mit den Assets erwirtschaftete Anlagerendite unterhalb von m , liegt ein Shortfall vor.

In der Regel können die Gelder nicht so angelegt werden, daß der Shortfall mit absoluter Sicherheit vermieden wird. Das hieße, man würde sich bei den Anlageentscheidungen am Worst-Case orientieren. Niemand betrachtet eine solche Orientierung als Grundlage für wirtschaftliche Entscheidungen. Statt dessen trifft der institutionelle Investor die Anlageentscheidung so, daß die Mindestrendite "ziemlich sicher" erreicht wird. Es wird also eine kleine Wahrscheinlichkeit, sie sei mit Q bezeichnet, in Kauf genommen, daß die Mindestrendite nicht erreicht wird.

Bei dieser Begriffsbildung wird Risiko mit der Verlustwahrscheinlichkeit gleichgesetzt, mit der Wahrscheinlichkeit also, daß die mit den Finanzanlagen erwirtschaftete Rendite die Mindestrendite nicht erreicht. Die Einführung dieses Risikobegriffs in die Portfoliotheorie geht auf ROY 1952 zurück, der von der Wahrscheinlichkeit für ein *Desaster* sprach.⁵

Die Arbeit von ROY blieb einige Zeit unbeachtet, weil die Forschung sich dem Markowitzschen Risikobegriff zuwandte. Ab 1989 wurde der Roysche Risikobegriff von LEIBOWITZ und anderen für das Management institutioneller Vermögen herangezogen und hat seitdem hohe Akzeptanz im Portfoliomanagement gefunden.

- ROY hatte ein *Safety-First-Prinzip* vorgeschlagen. Danach sollte zu einer Mindestrendite (die im Hinblick auf die Situation des Investors vorher gewählt wird) unter allen Portfolios dasjenige gewählt werden, das die geringste Verlustwahrscheinlichkeit aufweist.
- Eine Variation stammt von KATAOKA. Man sollte zunächst eine Verlustwahrscheinlichkeit Q spezifizieren und anschließend dasjenige Portfolio wählen, das die maximale Mindestrendite aufweist, die nur mit der vorgegebenen Verlustwahrscheinlichkeit unterschritten wird.
- Eine dritte Variante geht auf TELSER zurück. Hier sollte ein Investor sowohl eine (gerade noch zugelassene) Verlustwahrscheinlichkeit Q als auch eine Mindestrendite m vorgeben. Dann wird unter allen Portfolios, deren Rendite wenigstens mit Wahrscheinlichkeit $1-Q$ die Mindestrendite m erreicht oder übertrifft (Erfüllung der *Shortfall Constraint*), dasjenige ausgewählt, das die höchste Renditeerwartung besitzt.⁶

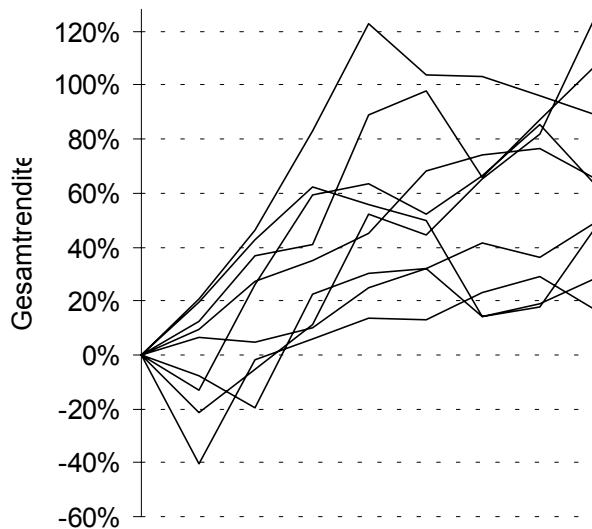
⁵ ANDREW D. ROY: Safety-First and the Holding of Assets. *Econometrica* 20 (1952), pp. 434-449.

⁶ Literatur: 1. SHINJI KATAOKA: A Stochastic Programming Model, *Econometrica* 31 (1963), pp. 181-196. 2. LESTER G. TELSER: Safety First and Hedging, *Review of Economic Studies* 23 (1955), pp. 1-16. 3. MARTIN L. LEIBOWITZ und ROY D. HENRIKSSON: Port-

MARKOWITZ	Suche Portfolios, die hinsichtlich Renditeerwartung und Renditestreuung nicht übertroffen werden können (effiziente Portfolios)
Roy	Wähle eine Mindestrendite und bestimme das Portfolio mit der geringsten Verlustwahrscheinlichkeit (<i>Safety-First-Prinzip</i>)
KATAOKA	Wähle eine Verlustwahrscheinlichkeit und wähle dasjenige Portfolio, das die höchste Mindestrendite bringt
TELSER	Wähle sowohl eine Mindestrendite als auch eine Verlustwahrscheinlichkeit und wähle unter allen Portfolios, welche die durch beide Vorgaben festgelegte <i>Shortfall Constraint</i> erfüllen, dasjenige mit der höchsten Renditeerwartung

2. Das Modell

Der institutionelle Investor soll erstens Anlagen auf dem Geldmarkt tätigen können. Die Rendite soll durch den stetigen Zinssatz i (wie interest) beschrieben werden, und dieser soll eine deterministische Größe und bekannt sein. Aus einem Anfangsbetrag von 100 zum Zeitpunkt 0 wird bis t der Betrag $100 \cdot e^{i \cdot t}$. Für Zahlenbeispiele wird $i = 4\%$ gewählt.



Zweitens soll die Möglichkeit bestehen, ein Exposure in verschiedene risikobehaftete Wertpapiere einzugehen, die durch das Marktportfolio in eine einzige risikobehaftete Anlagemöglichkeit

folio Optimization with Shortfall Constraints: A Confidence-Limit Approach to Managing Downside Risk. *Financial Analysts Journal* (March-April 1989), pp. 34-41. 4. MARTIN L. LEIBOWITZ und STANLEY KOGELMAN: Asset Allocation Under Shortfall Constraints. *Journal of Portfolio Management* 17 (1991), pp. 18-23. 5. MARKUS RUDOLF: Efficient Frontier and Shortfall Risk, *Finanzmarkt und Portfolio Management* 8 (1994), pp. 88-101. 6. MARKUS RUDOLF: *Algorithms for Portfolio Optimization and Portfolio Insurance*. Bank- und Finanzwirtschaftliche Forschungen, Verlag Haupt, Bern 1994. 7. PETER REICHLING: Safety First-Ansätze in der Portfolio-Selektion, *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung* (1996) 1, pp. 31-35. 8. JOCHEN V. KADUFF: *Shortfall-Risk-basierte Portfolio-Strategien*. Bank- und Finanzwirtschaftliche Forschungen, Band 239, Verlag Haupt, Bern 1996.

zusammengefaßt werden.⁷ Das Bild zuvor zeigt 9 historische Szenarien der Entwicklung der Gesamtrendite des SMI über 8 Jahre.

Es kommt der Intuition entgegen, sich das Marktportfolio aus Aktien zusammengesetzt zu denken. In Übereinstimmung mit langfristigen Parameterschätzungen für Aktien wird in Zahlenbeispielen $\mu = 8\%$ und $\sigma = 20\%$ gewählt. Bonds unterliegen zwar Zinsänderungsrisiken und müßten deshalb als Teil des Marktportfolios betrachtet werden.⁸ Doch können institutionelle Investoren Bonds als Namenspapiere in das Anlagevermögen nehmen und damit eine tägliche Marktbewertung ausklammern, weshalb Bonds hier durchaus zu jenen "sicheren" Instrumenten gerechnet werden dürfen, die auf den Zinssatz i führen. Möglicherweise liegt dann der Zinssatz etwas über den zur Illustration verwendeten 4%.

Die stetige Gesamtrendite auf das Marktportfolio folgt einer Brownschen Bewegung mit Drift μ und Volatilität σ . Die Gesamtrendite für eine Anlage von 0 bis t ist daher normalverteilt. Sie besitzt den Erwartungswert $\mu \cdot t$ und die Streuung $\sigma \cdot \sqrt{t}$. Die Durchschnittsrendite ist ebenso normalverteilt mit dem Erwartungswert μ und der Streuung $\sigma / \sqrt{t}$. SAMUELSON hat betont, daß man sich nicht verwirren lassen soll: Die Durchschnittsrendite weist mit größerem Zeithorizont eine immer geringere Streuung auf, was so interpretiert wird, daß der Investor hinsichtlich der Durchschnittsrendite "sicherer" sein kann, wenn der Anlagehorizont zunimmt. Dennoch nimmt das mit der Gesamtrendite verbundene Risiko zu, denn die Streuung der Gesamtrendite ist proportional zu $\sqrt{t}$.

Eine statische Asset-Allokation ist durch ein Gewicht x , $0 \leq x \leq 1$, gegeben, das den Anteil der finanziellen Assets beschreibt, die zum Marktportfolio angelegt werden. Also ist x die Aktienquote. Der Teil $1-x$ des Kapitals wird zum Zinssatz i angelegt. Das dieser Asset-Allokation entsprechende Portfolio hat somit eine stetige Gesamtrendite, die normalverteilt ist, den Erwartungswert $(1-x) \cdot i + x \cdot \mu$, also $i + x \cdot (\mu - i)$, und die Streuung $x \cdot \sigma$ besitzt. Das Anlageergebnis selbst, ausgedrückt in Euro, ist dementsprechend lognormalverteilt.

Für die Bestimmung der Aktienquote wird ein Shortfall-Ansatz gewählt.

- Die Leistungszusage bestimmt eine Mindestrendite m . Für ein Zahlenbeispiel könnte $m = 3\%$ oder geringer sein, doch es sind auch Leistungszusagen denkbar, die den Zinssatz übertreffen.

⁷ Die Zusammensetzung des Marktportfolios ist dadurch bestimmt, daß es ein Tangentialportfolio an die Markowitzsche Effizienzkurve darstellt. Insofern hängt es von den Verteilungsparametern der risikobehafteten Securities und vom Zinssatz ab.

⁸ NIKO CANNER, N. GREGORY MANKIW, und DAVID N. WEIL: An Asset Allocation Puzzle. *American Economic Review* (March 1997), pp. 181-191.

- Die zulässige Ausfallwahrscheinlichkeit, Q , hängt von den Umständen ab. Beispielsweise könnte eine Institution hinsichtlich der gesetzlichen Leistungsverpflichtungen noch mit einer Ausfallwahrscheinlichkeit von $Q = 0,001$ oder $Q = 0,0001$ kalkulieren, während sie für die in Aussicht gestellte Leistungserhöhung vielleicht eine Ausfallwahrscheinlichkeit von $Q = 0,01$ oder $Q = 0,1$ hinnimmt.

Der Shortfall-Ansatz wird in der von TELSER vorgeschlagenen Variante verwendet, um die Aktienquote zu bestimmen. Die Leistung sei zu einem vorweg bekannten Zeitpunkt T fällig.⁹ Wie die Renditeparameter wird diese Größe in Jahren gemessen, übliche Werte sind vielleicht $T = 10$ oder $T = 25$. Nun werden nur noch Portfolios (Aktienquoten) betrachtet, bei denen die Wahrscheinlichkeit, daß die Durchschnittsrendite die vorgegebene Mindestrendite nicht erreicht, kleiner als Q ist. Unter diesen noch betrachteten Portfolios wird dann jenes gewählt, das die höchste Renditeerwartung aufweist. Da es sich hierbei um das Portfolio mit dem *höchsten* Risikoexposure handelt, können wir das durch das Telser-Kriterium bestimmte Exposure x direkt in der folgenden Form schreiben:

$$\Pr(\text{Gesamtrendite} \leq m \cdot T) = Q \quad (1)$$

Die durch (1) beschriebene Aktienquote x hat also ein mit der Mindestrendite übereinstimmendes Quantil. Das Quantil der bis zum Zeitpunkt T zu verzeichnenden (stetigen) Gesamtrendite bei dem Exposure x bestimmt sich nach dem Ansatz "Erwartungswert minus k -fache Streuung" zu $[i + x \cdot (\mu - i)] \cdot T - k \cdot x \cdot \sigma \cdot \sqrt{T}$.

Das zur Ausfallwahrscheinlichkeit Q passende k ist dabei durch $N(-k) = Q$ bestimmt. Für praxisrelevante Ausfallwahrscheinlichkeiten sind in nachstehender Tabelle die entsprechenden Werte von k gelistet. Damit wird man auf

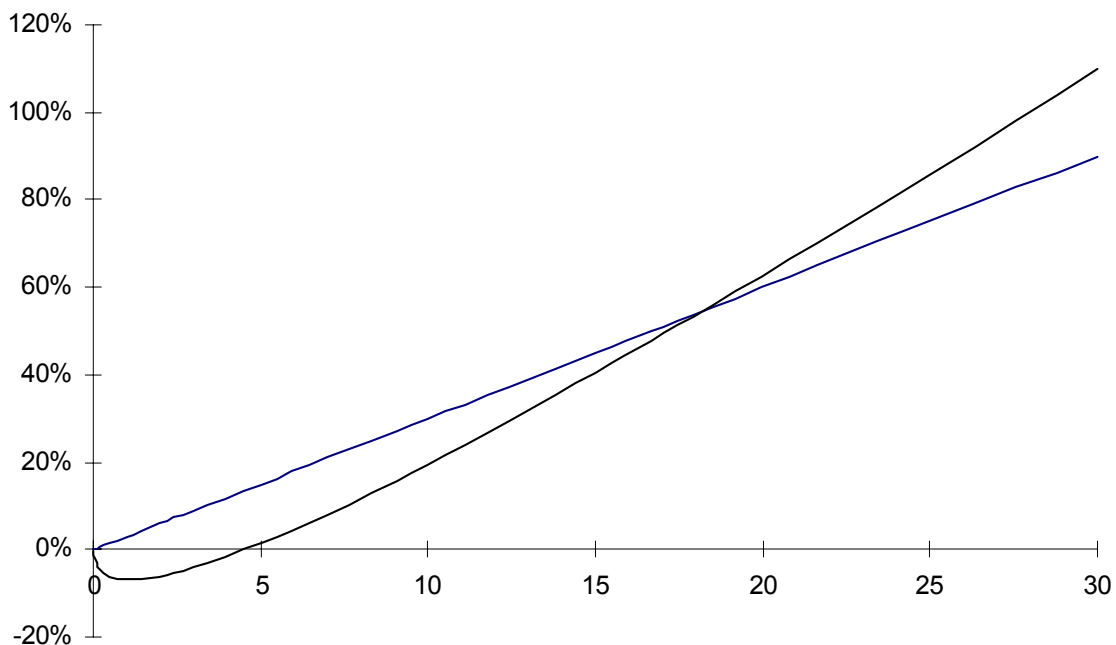
$$[i + x \cdot (\mu - i)] \cdot T - k \cdot x \cdot \sigma \cdot \sqrt{T} = m \cdot T \quad (2)$$

geführt, und das ist die Gleichung für den Zusammenhang der drei Größen Exposure x , Horizont T und das durch k beschriebene Sicherheitsniveau.

⁹ Wir sehen davon ab, daß Institutionelle ihren Kunden eine Palette von Optionen bieten, den Vertrag zu ändern. Früher war das nur die Möglichkeit der Stornierung, heute werden dem Kunden Verlängerungsmöglichkeiten, Betragserhöhungen und andere Optionen zugesagt.

$Q = N(-k)$	k
30%	0,524
20%	0,841
15,86%	1,000
10%	1,282
5%	1,645
2,275%	2,000
1%	2,326
0,135%	3,000
0,1%	3,0896

Bevor die grundlegende Beziehung (2) nach einzelnen Größen aufgelöst wird, soll sie als Schnittpunkt einer Kurve und einer Geraden illustriert werden. Die Abszisse ist die Zeit t , und die Kurve ist das Quantil $[i + x \cdot (\mu - i)] \cdot t - k \cdot x \cdot \sigma \cdot \sqrt{t}$ und die Gerade ist $m \cdot t$. Sie schneiden sich für $t = T$. Der Illustration sind $y = 1/2$, $i = 4\%$, $\mu = 8\%$, $\sigma = 20\%$ und $k = 1,282$ (also $Q = 10\%$) zugrunde gelegt, sowie $m = 3\%$. Man sieht, daß sich die Quantil-Kurve und die der Mindestrendite entsprechende Gerade bei $T = 18,5$ Jahren schneiden. Im Schnittpunkt gilt die Beziehung (2). Für kürzere Anlagen ist die Ausfallwahrscheinlichkeit höher als $Q = 10\%$, für längere Horizonte wäre sie geringer.



Die Illustration läßt zudem erkennen, was bei einer Veränderung der Mindestrendite, bislang $m = 3\%$, folgt: Eine Reduktion (Verringerung der Steigung der Geraden) bewirkt, daß schon vor $T = 18,5$ Jahren die Anlage mit $x = 1/2$ die Mindestrenditeforde-

nung erfüllt. Offenkundig ist die Quantil-Kurve bis 4,5 Jahre negativ, ab dann positiv. Die Mindestrendite $m = 0$ wird demnach bereits nach 4,5 Jahren mit Sicherheitswahrscheinlichkeit $1 - Q = 90\%$ erreicht. Auch leichte Erhöhungen der Mindestrendite gegenüber $m = 3\%$ sind noch möglich, doch verschiebt sich der Schnittpunkt nach rechts.

Das Bild zeigt Gesamtrenditen bis zu 120%. Beispielsweise nimmt die Quantil-Kurve bei $t = 10$ Jahren einen Wert von 19,5% an, was heißt, daß die stetige Gesamtrendite für eine Anlagedauer einer Dekade "ziemlich sicher" (eben mit Wahrscheinlichkeit $1 - Q = 90\%$) wenigstens 19,5% beträgt, was bedeutet, daß sich das Anfangsvermögen wenigstens auf das 1,21-fache steigt.

3. Die Ausfallwahrscheinlichkeit

Zunächst soll die Beziehung (2) nach der durch k beschriebenen Ausfallwahrscheinlichkeit aufgelöst werden, was für $x > 0$ möglich ist und zusätzlich voraussetzt, daß die Mindestrendite unter der Renditeerwartung liegt, die mit der gewählten Asset-Allokation verbunden ist. Es folgt

$$k = \frac{[i + x \cdot (\mu_M - i)] - m}{x \cdot \sigma_M} \cdot \sqrt{T} \quad (3)$$

Man sieht sofort, daß die erreichbare Sicherheit proportional mit der Wurzel aus dem Anlagehorizont ansteigt: k wird größer. In der Formel (3) für das durch k beschriebene Sicherheitsniveau erscheint zudem das Exposure x , wodurch sich ein interessanter Punkt ergibt:

1. Wenn die Mindestrendite mit dem Zinssatz übereinstimmt, $m = i$, dann ist das erreichbare Sicherheitsniveau unabhängig von der Asset-Allokation und durch $k = ((\mu - i) / \sigma) \cdot \sqrt{T}$ gegeben.
2. Fall: Wenn die Mindestrendite kleiner als der Zinssatz ist, $m < i$, dann ist bei geringerem Exposure das Sicherheitsniveau höher.
3. Fall: Wenn die Mindestrendite über dem Zinssatz liegt (aber selbstverständlich unter der Renditeerwartung der gewählten Asset-Allokation bleibt), $m > i$, dann steigt das Sicherheitsniveau mit höherem Exposure.

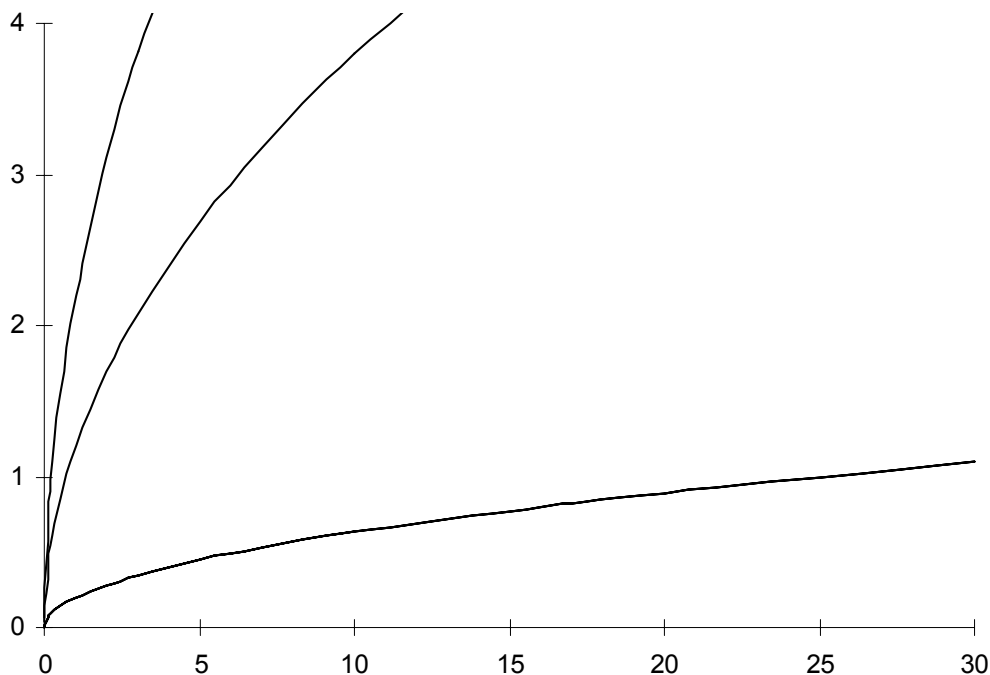
Hier sind einige Interpretationen möglich. Angenommen, die gesetzlich garantierte Verzinsung der Kundengelder liegt unter dem Zinssatz (Fall 2). Wenn es nur auf die Sicherheit ankommt und weitere Erwägungen keine Rolle spielen, dann wird der institutionelle Investor das Exposure reduzieren und die Mittel im Geldmarkt anlegen. Vielfach hat der Institutionelle seinen Kunden eine Rendite in Aussicht gestellt, die höher als der Zinssatz ist (Fall

3). Um die Sicherheit zu erhöhen, die in Aussicht gestellte Rendite tatsächlich zu erreichen, wird er das Exposure erhöhen.

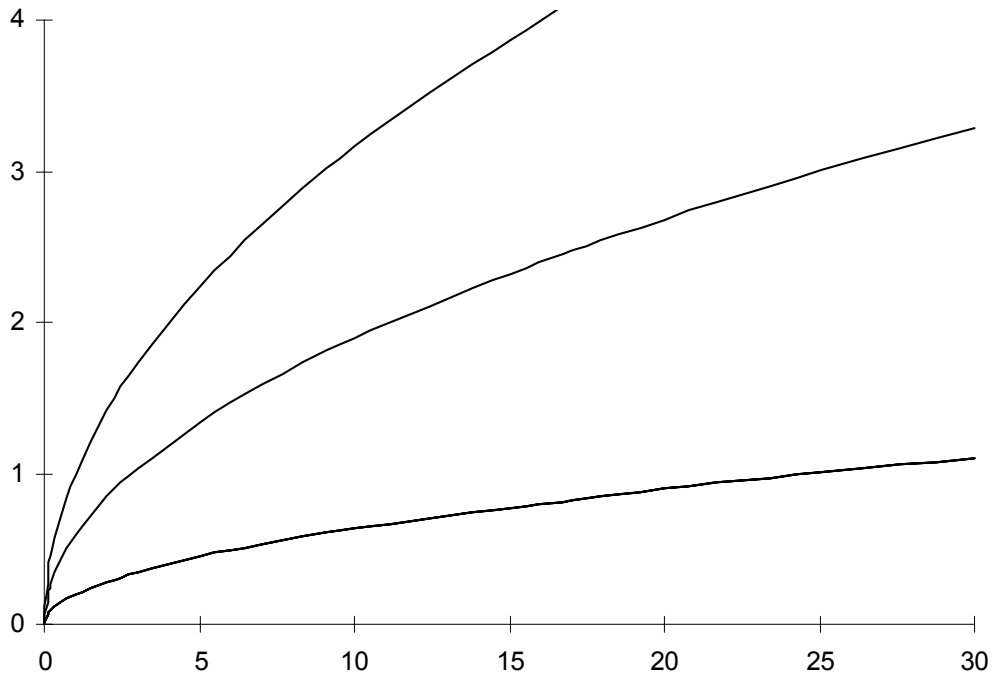
Oft ist es so, daß der Institutionelle eine doppelte Bedingung hat:

- Erstens möchte er mit hoher Sicherheit eine gesetzliche Verzinsung erreichen, die geringer als der Zinssatz i ist.
- Zweitens möchte er mit möglichst hoher Sicherheit eine den Kunden in Aussicht gestellte Rendite erzielen, die höher als der Zinssatz ist.

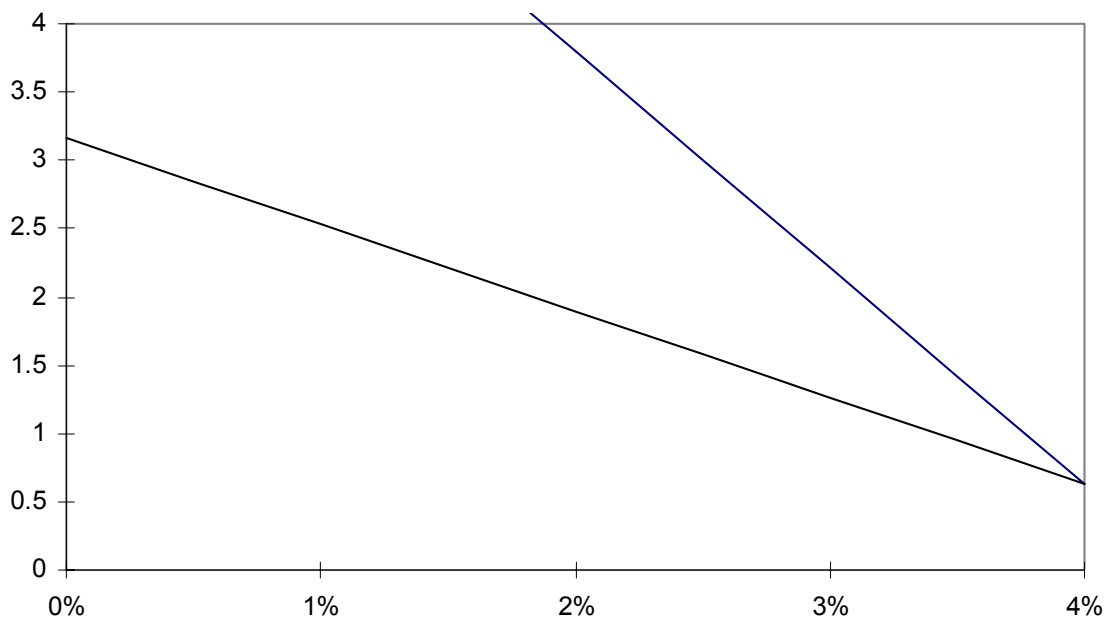
Für die erste Zielsetzung sollte das Exposure möglichst gering sein, für die zweite Aufgabe sollte es hoch sein. Es steht dann eine politische Entscheidung an: Eine Erhöhung der Aktienquote hebt zwar die Wahrscheinlichkeit, daß die in Aussicht gestellte Rendite Wirklichkeit wird, gleichzeitig jedoch wird die Sicherheit reduziert, wenigstens die gesetzliche Mindestrendite zu erreichen. Jeder institutionelle Investor kennt die Schwierigkeit dieser politischen Erwägungen.



Die Abbildungen illustrieren Formel (3) für verschiedene Werte von m , nämlich $m = 0\%$, 2% und 4% sowie Anlagehorizonte bis zu 30 Jahren. Die Aktienquote in der einen Abbildung ist $x = 10\%$ und $x = 25\%$ in der anderen. Die Daten sind wie zuvor gewählt: $i = 4\%$, $\mu = 8\%$, $\sigma = 20\%$. Die gezeigten k -Werte (zwischen 1 und 4) entsprechen in der obersten Kurve $m = 0\%$ und in der untersten Kurve $m = 4\%$. Die erste Abbildung bezieht sich auf $y = 10\%$, die zweite auf $y = 25\%$. Man sieht, daß es bei einer geringen Mindestverzinsung von $m = 0\%$ eigentlich keine Probleme hinsichtlich des erreichten Sicherheitsniveaus gibt, wenn der Anlagehorizont wenigstens fünf oder zehn Jahre beträgt. Das gilt auch für das höhere Exposure.



Kritisch wird indessen die Situation, wenn die Mindestverzinsung angehoben wird. Bei einer Mindestverzinsung in Höhe des Zinssatzes, $m = 4\%$, etwa hat man selbst bei einem so langen Horizont von $T = 30$ Jahren (und wie zuvor festgestellt, unabhängig von der Aktienquote) nur $k = 1,09$, was einer Ausfallwahrscheinlichkeit von 15% entspricht.



Hier sieht man die abträglichen Wirkungen hoher Mindestrenditen im Hinblick auf das erreichbare Sicherheitsniveau. Forderungen, die Mindestrendite anzuheben, sind das Gift für die Sicher-

heit. Dieser Sachverhalt ist nochmals in einer eigenen Abbildung dargestellt, in der k für verschiedene Höhen der Mindestrendite dargestellt sind. Der Zeithorizont ist auf $T=10$ Jahre festgesetzt. Die obere Kurve (es handelt sich um eine Gerade) bezieht sich auf $x=10\%$ Aktien, die untere auf $x=25\%$. Für $m=4\%$ stimmen die k -Werte beider Exposure überein (weil diese Mindestrendite mit dem Zinssatz übereinstimmt).

Man sieht deutlich, daß es die hohen Garantieverzinsungen sind, die auf die Probleme mit dem Sicherheitsniveau führen.

4. Die ökonomische Aktienquote

Jetzt soll die grundlegende Gleichung (2) nach dem Exposure x aufgelöst werden. Die zugelassene Ausfallwahrscheinlichkeit beziehungsweise k soll vorgegeben sein. Eine leichte Umformung führt auf

$$x \cdot [k \cdot \sigma \cdot \sqrt{T} - (\mu - i) \cdot T] = (i - m) \cdot T \quad (4)$$

Der Klammerausdruck auf der linken Seite ist positiv, sofern T nicht zu groß ist. Der für das Vorzeichen kritische Wert, er sei mit T_k bezeichnet, ist durch $k \cdot \sigma = (\mu - i) \cdot \sqrt{T_k}$ bestimmt, also gleich

$$T_k = \left(\frac{k \cdot \sigma_M}{\mu_M - i} \right)^2 \quad (5)$$

Sofern der Anlagehorizont kürzer als dieser kritische Wert, $T < T_k$, ist also der Klammerausdruck auf der linken Seite positiv. Ein Zahlenbeispiel: Für $\sigma = 20\%$, $\mu = 8\%$, $i = 4\%$ bedeutet (5) $T_k = k^2 \cdot 25$, weshalb die typischen Werte für den kritischen Horizont T_k zwischen 41 Jahren ($Q=10\%$) und 135 Jahren ($Q=1\%$) liegt. Von daher darf $T < T_k$ als Regelfall angesehen werden.

Die rechte Seite in (4) ist ebenso positiv, sofern die Mindestrendite unter dem Zinssatz liegt, $m < i$. Im Fall $T < T_k$ und $m < i$ ist das gesuchte Exposure dann durch

$$x = x(T) = \frac{(i - m) \cdot T}{k \cdot \sigma \cdot \sqrt{T} - (\mu - i) \cdot T} \quad (6)$$

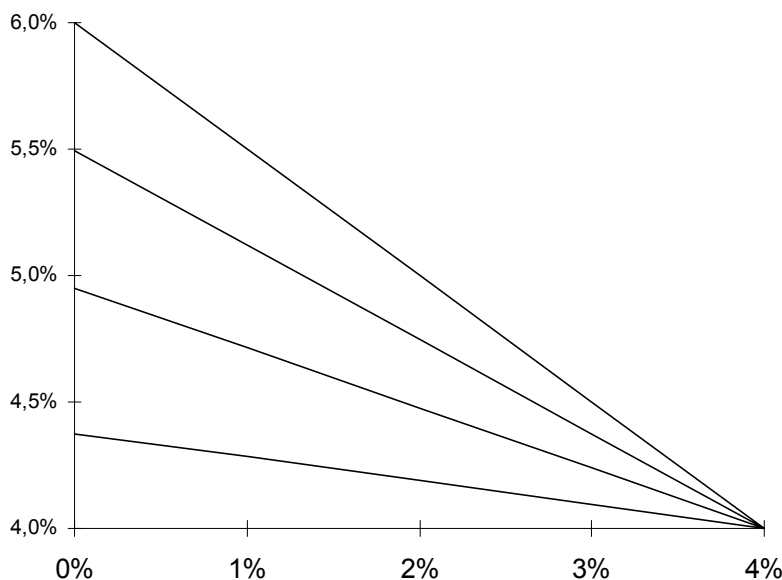
bestimmt. Bevor wir (6) näher betrachten, soll noch ein Blick auf jene Situationen geworfen werden, in denen unsere Bedingung $T < T_k$ und $m < i$ nicht vorausgesetzt werden kann. Sofern $m < i$ gilt, ist für sehr lange Horizonte $T \geq T_k$ das erreichte Sicherheits-

niveau sogar größer als k , und zwar unabhängig vom Exposure y . Für höhere Mindestrenditen, $m > i$, kann im Regelfall $T < T_k$ das angestrebte Sicherheitsniveau k nicht erreicht werden. Allerdings ist es für sehr lange Zeithorizonte $T \geq T_k$ noch möglich, auch im Fall $m > i$ die angestrebte Sicherheit k zu erreichen.

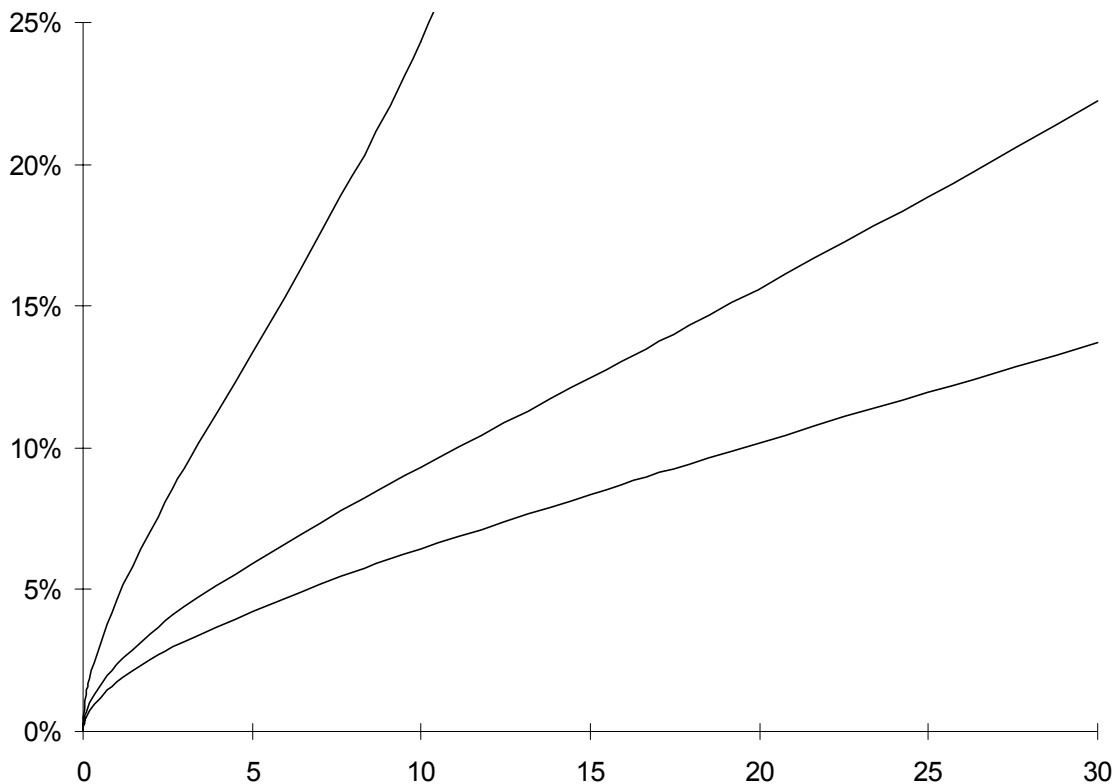
Wir kehren zum Fall $T < T_k$ und $m < i$ zurück.

1. Das nach dem Telser-Kriterium bestimmte Exposure (6) steigt mit dem Anlagehorizont T .
2. Außerdem zeigt (6), daß das Exposure $x(T)$ proportional zur Differenz zwischen dem Zinssatz und der Mindestrendite ist. So ist bei gleichem Zeithorizont und bei gleichem Sicherheitsniveau für $i - m = 2\%$ ein doppelt so hohes Exposure möglich im Vergleich zu einer Situation mit $i - m = 1\%$.

Da ein höheres Exposure eine höhere Renditeerwartung bedeutet, wird wieder unterstrichen, wie nachteilig Situationen sind, in denen die Mindestrendite hoch angesetzt ist. Die Kunden schaden sich selbst, wenn sie dahin wirken, die Mindestrendite zu erhöhen. Die nachstehende Abbildung zeigt die Renditeerwartung in Abhängigkeit der Mindestrendite für Werte von m im Bereich $0 \leq m \leq 4\%$. Die gezeigten vier Kurven beziehen sich auf $T = 15$ Jahre (oberste Kurve), $T = 10$, $T = 5$ und $T = 1$ (unterste Kurve). Besonders bei langlaufenden Verträgen reduziert eine höhere Mindestrendite die schließlich zu erwartende Rendite.



Die nachstehende Abbildung zeigt den Verlauf der Aktienquote $y(T)$ für Zeithorizonte bis zu 30 Jahren, und zwar für Ausfallwahrscheinlichkeiten von 0,1%, 1% und 10%. Für den Zähler von (6) wird $i - m = 1\%$ unterstellt — für andere Differenzen müssen die gezeigten Exposures entsprechend multipliziert werden. Die übrigen Daten sind wie zuvor $\sigma = 20\%$, $\mu = 8\%$, $i = 4\%$.



Die oberste Kurve gibt den Verlauf des Exposure für $Q=10\%$ wieder, die in der Mitte entspricht $Q=1\%$ und die unten $Q=0,1\%$. Bei einem Horizont $T=15$ Jahre etwa sind je nach geduldeter Ausfallwahrscheinlichkeit Aktienquoten von 38%, 12% beziehungsweise 8% möglich. Eine Tabelle stellt die für verschiedene Anlagehorizonte möglichen optimalen Aktienquoten zusammen:

Horizont	1	2	3	5	8	10	15
$Q = 10\%$	4.6%	7.1%	9.3%	13.4%	19.7%	24.3%	38.2%
$Q = 1\%$	2.4%	3.5%	4.4%	6.0%	8.0%	9.3%	12.5%
$Q = 0,1\%$	1.7%	2.5%	3.2%	4.2%	5.6%	6.4%	8.4%

Es bleibt anzufügen, daß diese Erkenntnisse dazu anregen, das Exposure im Verlauf der Zeit abzubauen. Wir haben mit den vorgestellten Formeln jedoch den Fall einer Reduktion der Asset-Allokation nicht abgedeckt, x sollte konstant sein. Die Formeln unter der Annahme hergeleitet, der Investor würde das Exposure über den Zeitraum hinweg konstant halten.

Um noch einmal die Annahmen zu vergegenwärtigen, aus denen (6) folgt. Es wurde unterstellt, daß für eine von heute, Zeitpunkt 0 bis T währende Anlage vorgenommen wird, und es wird ein

Exposure x bestimmt, das dann im ganzen Anlagehorizont konstant durchgehalten wird. Das Exposure soll möglichst hoch sein, dabei aber die Bedingung erfüllen, daß zum Endzeitpunkt T sich dann eine Durchschnittsrendite ergibt, die “ziemlich sicher” eine vorgegebene Mindestrendite m nicht unterschreitet. Ziemlich sicher soll bedeuten, daß der Shortfall nur mit Wahrscheinlichkeit Q eintritt. Es handelt sich gleichsam um eine Geldanlage, die dem bekannten Vorschlag von KOSTOLANY folgt: Der Anleger wählt die Aktienquote, investiert und nimmt dann Schlaftabletten, so daß er erst zu T wieder aufwacht.

Da bei dieser Optimierung das optimale Exposure als von T abhängig erweist, bietet es sich an, Politiken zu untersuchen, bei denen das Exposure im Verlauf der Zeit reduziert wird. Diesen nahe liegenden Gedanken wollen wir indes hier nicht formal behandeln.

5. Die aufsichtsrechtliche Aktienquote

Die Aufsicht verlangt bereits vor Ende der Anlage immer wieder Bericht. Es würde wenig Sinn machen, wenn die Aufsicht zu einem Zeitpunkt t bereits vor T prüfen würde, ob das mit den Kundengeldern erzielte Anlageergebnis, ausgedrückt als Durchschnittsrendite, die Mindestrendite m erreicht oder übersteigt. Denn das hätte zur Folge, daß die Institution den Anlagehorizont T auf t verkürzt und entsprechend das Exposure in Aktien von $x(T)$ auf $x(t)$ verringert.

Die Aufsicht geht anders vor. Sie orientiert sich am sogenannten Deckungsgrad. Zunächst wird die in Zukunft fällige Leistungsverpflichtung — sie errechnet sich aus den Kundeneinlagen abzüglich Verwaltungsaufwand, verzinst mit der Mindestrendite m — auf den auf den Prüfungszeitpunkt t diskontiert. Der Barwert dieser Verpflichtung sei mit l_t (wie *liability*) bezeichnet. Anschließend wird der augenblickliche Wert der Assets, a_t , ermittelt. Die Assets ergeben sich aus dem Anlageergebnis, das zum Zeitpunkt t mit den Kundeneinlagen erwirtschaftet wurde, sowie aus den Reserven.

Die Aufsicht verlangt nun $a_t \geq l_t$. Das mit den Kundengeldern erwirtschaftete Ergebnis plus die Reserven sollen den Barwert der Leistungsverpflichtung decken.

Der Quotient a_t / l_t ist der Deckungsgrad. Zunächst sei betont, daß es sich bei den Verpflichtungen l_t um eine “künstliche” Größe handelt, weil die Leistung erst in der Zukunft, zum Zeitpunkt T fällig wird. Doch es geht hier nicht darum, die Zweckmäßigkeit der Aufsicht in Frage zu stellen. Vielmehr soll gezeigt werden, daß sich $a_t \geq l_t$ eine Restriktion ergibt, die unter Umständen das mögliche Exposure einschränkt.

Der institutionelle Investor wird als zweites die Aufgabe betrachten, zu Beginn, zu Zeitpunkt 0, eine Aktienquote zu wählen, die

angesichts der vorhandenen Reserven sicherstellt, daß zum Prüfungszeitpunkt t keine Unterdeckung eintritt. Wieder wird sich der Institutionelle nicht am Worst-Case orientieren sondern eine Asset-Allokation wählen, mit der eine Unterdeckung "fast sicher" ausgeschlossen werden kann.

Diese zweite Aufgabe kann wieder mit dem Shortfall-Ansatz gelöst werden. Es wird also eine, diesmal mit P bezeichnete Wahrscheinlichkeit vorgeben und eine Aktienquote bestimmt, sie sei diesmal mit y bezeichnet, die bewirkt, daß zum Zeitpunkt t mit Wahrscheinlichkeit $1-P$ Deckung vorliegen wird. Die "Ausfallwahrscheinlichkeit" P kann selbstverständlich von der zuvor eingeführten Wahrscheinlichkeit Q abweichen.

Im Grunde wird Q anhand der Frage bestimmt, was passiert, wenn der Kunde die garantierte Mindestleistung nicht (voll) erhält. Indessen bestimmt sich P anhand der Frage, was passiert, wenn zu einem Zeitpunkt rechnerisch Unterdeckung eintritt. Hier kommt es sehr auf das Verhalten der Aufsicht an, die mehr oder weniger streng sein kann.

Bei dieser Aufgabe spielen die Reserven eine besondere Rolle. Zum Zeitpunkt 0 der Entscheidung über die Aktienquote sei ihre Höhe in Form einer (stetigen) Rendite ausgedrückt: $d = \ln(a_0 / l_0)$. Der institutionelle Investor betrachtet d gleichsam als einen "Renditevorsprung," mit dem er in das Marktspiel eintritt. Typische Werte für diesen Renditevorsprung d liegen (in guten Zeiten) bei 10%. Der Shortfall-Ansatz läuft dann, anstatt von (2), auf diese Bedingung hinaus:

$$d + [i + y \cdot (\mu - i)] \cdot t - k \cdot y \cdot \sigma \cdot \sqrt{t} = m \cdot t \quad (7)$$

Der durch die Reserve oder Deckung gegebene Renditevorsprung, d , plus die erwartete Gesamtrendite, $[i + y \cdot (\mu - i)] \cdot t$, abzüglich die k -fache Streuung, $k \cdot y \cdot \sigma \cdot \sqrt{t}$ soll die bis zum Prüfungszeitpunkt angefallene gesamte Mindestrendite, $m \cdot t$, erreichen. Diese Beziehung (7) beschreibt die angesichts der Prüfung mögliche Aktienquote,

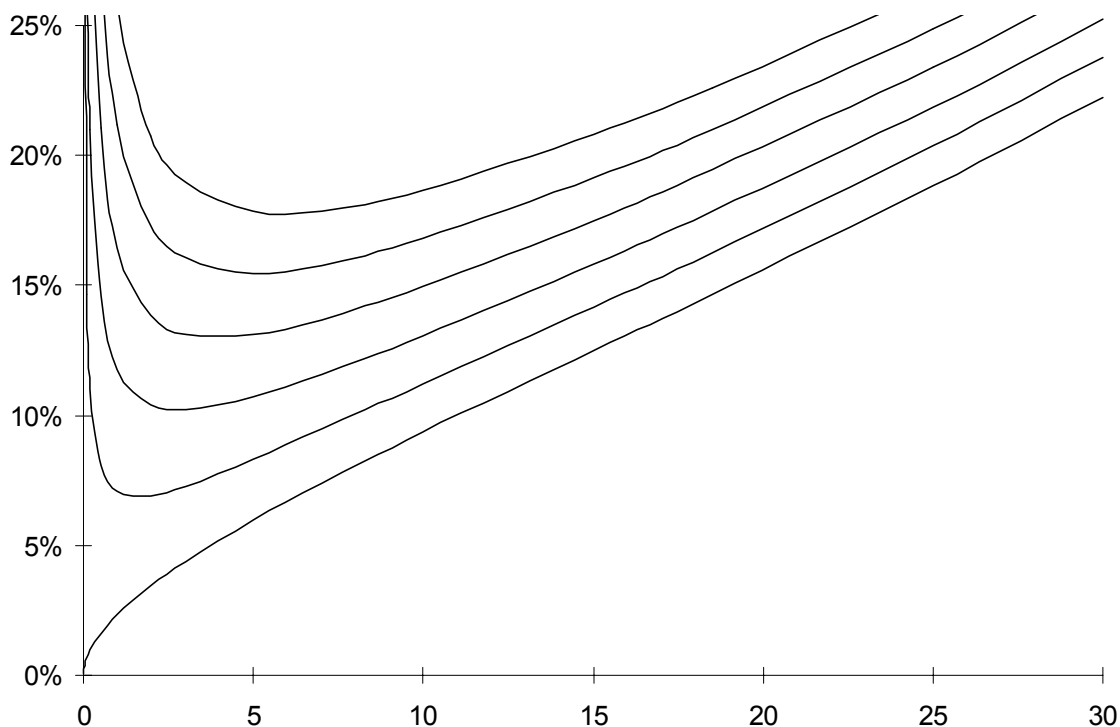
$$y = y(t) = \frac{d + (i - m) \cdot t}{k \cdot \sigma \cdot \sqrt{t} - (\mu - i) \cdot t} \quad (8)$$

Diese Formel unterscheidet sich von (6) nur durch den Renditevorsprung im Zähler. Es sei aber darauf hingewiesen, daß in (7) und in (8) der Wert von k nun der Wahrscheinlichkeit P entspricht, mit der die Prüfung nicht bestanden wird. Diese Wahrscheinlichkeit hängt davon ab, wie hoch der Schaden ist, der mit einem negativen Prüfungsergebnis verbunden ist.

Es zeigen sich in (8) zwei interessante Punkte.

- Wenn anfänglich Überdeckung vorliegt, $d > 0$, bereiten Prüfungen zu einem frühen Zeitpunkt (t klein) keine Probleme, denn selbst bei einer hohen Aktienquote y sind in dem kurzen Zeitraum von 0 bis t die Reserven noch nicht aufgezehrt.
- Wenn die Prüfung erst sehr spät erfolgt, beispielsweise zum Zeitpunkt $t = T$, und wenn T groß ist, tritt die Bedeutung der Reserven in den Hintergrund und die prüfungsrechtlich mögliche Aktienquote wird ähnlich wie in (6) bestimmt (nur das diesmal k nicht durch Q sondern durch P bestimmt ist).

Die Gleichung (8) bestimmt daher eine Aktienquote, die für kleines t groß ist, dann immer geringer wird, ein Minimum besitzt und für größeres t dann wieder zunimmt. Eine Illustration bezieht sich auf die Daten $i = 4\%$, $m = 3\%$, $\mu = 8\%$, $\sigma = 20\%$, $k = 2,326$ ($P = 1\%$) und zeigt für $0 \leq t \leq 30$ den Verlauf der möglichen Aktienquote für verschiedene Deckungsgrade. Die unterste Kurve bezieht sich auf $d = 0$, die oberste auf $d = 10\%$ und die Kurven dazwischen entsprechen $d = 2\%$, $d = 4\%$, $d = 6\%$ und $d = 8\%$. Man erkennt die Minima im Bereich von 1,5 Jahre ($d = 2\%$) bis 5 Jahre ($d = 10\%$). Es ist intuitiv völlig einsichtig, daß bei höheren Reserven eine wirksame Prüfung erst später erforderlich ist als bei geringen Reserven.



Jedenfalls ist die Prüfung der Aufsicht wenig wirksam, wenn sie zu früh oder zu spät erfolgt. Um die Effektivität zu erhöhen, wird die Aufsicht zu jenem Zeitpunkt t_0 prüfen, bei dem sich gemäß

(8) eine minimale Aktienquote einstellt. Nun kennt sie aber nicht die Reserven, deren Ermittlung auch zum Gegenstand der Prüfung gehört. Die Aufsicht wird daher recht häufig, beispielsweise quartalsweise prüfen, und nimmt damit automatisch eine Prüfung zum kritischen Zeitpunkt t_0 vor. Jedenfalls muß sich der institutionelle Investor darauf einstellen, daß zu t_0 , wo x das Minimum annimmt, eine Prüfung vorgenommen wird. Der Institutionelle Investor wird daher im Hinblick auf die Prüfung die Aktienquote auf dieses Minimum $x(t_0)$ setzen.

Die Abbildung zeigt, daß die Prüfung bei hohen Reserven keine weiteren Einschränkungen der Aktienquote mit sich bringt. Beispielsweise für $d=10\%$ liegt das Minimum bei einer Aktienquote von $y(t_0)\approx 18\%$, und das ist vielleicht gerade die Aktienquote $x(T)$, die der Investor ohnehin aufgrund des Anlagehorizontes T wählen würde. Bei einer geringeren Deckung allerdings gelangt man mit $y(t_0)$ schnell auf prüfungsrechtlich mögliche Aktienquoten, die geringer sind also diejenige, die aufgrund des Anlagehorizontes gewählt würde. Die nachstehende Tabelle zeigt die Ergebnisse:

$d =$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1	0.15	0.2
$P = 10\%$	9%	14%	18%	21%	25%	28%	31%	34%	37%	40%	53%	67%
$P = 1\%$	5%	7%	9%	10%	12%	13%	14%	16%	17%	18%	23%	28%
$P = 0,1\%$	3%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%	16%	20%

Selbstverständlich sind die aufsichtsrechtlichen Aktienquoten höher, wenn hinsichtlich des durch P gegebenen Sicherheitsniveaus etwas großzügiger verfahren werden kann. Wenn beispielsweise eine Institution über Reserven $d=10\%$ verfügt und mit $P=0,1\%$ rechnet, erweist sich die prüfungsrechtliche Aktienquote gleich $x(t_0)=13\%$. Angenommen, die Reserven gehen nun aufgrund einer abträglichen Marktentwicklung auf $d=6\%$ zurück, doch die Prüfung verhält sich etwas lockerer, so daß mit $P=1\%$ gerechnet werden darf, dann darf es bei der bisherigen Aktienquote $x(t_0)=13\%$ bleiben.

Leider tritt auch der Fall einer Unterdeckung auf. Ohne daß die formale Behandlung vorgetragen wird, sollen zwei Hinweise gegeben werden. Vor allem sollte geprüft werden, ob eine Sanierung möglich ist, bei der die Verpflichtungen reduziert werden. Ist das nicht möglich, muß mit der Aufsicht ein Plan ausgearbeitet werden, bei dem die Erreichung der Deckung in einigen Jahren angestrebt wird. Bei Unterdeckung ist entweder die Geduld der Kunden oder die Geduld der Aufsicht verlangt.

Nachdem die Auswirkungen der Prüfung behandelt sind, kann der institutionelle Investor die Aktienquote festlegen; sie ist das Minimum der durch die beiden Shortfall-Ansätze ermittelten Aktienquoten:

$$\text{Aktienquote} = \text{Min}\{x(T), y(t_0)\} \quad (9)$$

Die untersuchten, auf realistischen Zahlen beruhenden Beispiele zeigen, daß es für lange Anlagehorizonte und Reserven von wenigstens 5% eher der Anlagehorizont T und $x(T)$ ist, wodurch die adäquate Aktienquote beschrieben ist. Sind die Reserven geringer, führt die prüfungsrechtliche Aktienquote $y(t_0)$ auf den geringeren Wert. Selbstverständlich ist das nur eine grobe Orientierung, weil es noch auf die beiden Sicherheitsniveaus ankommt, die durch Q und P bestimmt sind.

6. Prozyklisches Verhalten?

Der institutionelle Investor wird also zum Zeitpunkt 0 die beiden Shortfall-Ansätze lösen, $x(T)$ und $y(t_0)$ bestimmen und gemäß (9) das Exposure festlegen. Was geschieht, wenn praktisch zur selben Zeit es einen Marktrückgang gibt und die durch d gemessenen Reserven zurückgehen?

Gehen die Reserven aufgrund der Kursentwicklung an den Finanzmärkten zurück, dann führt die Formel für die prüfungsrechtliche Aktienquote $y(t_0)$ auf einen geringeren Wert. Wenn dann diese Restriktion in (9) greift, dann muß der institutionelle Investor die Aktienquote verringern — er muß sich prozyklisch verhalten. Allerdings unterliegen Institutionelle mit hohen Reserven nicht diesem Zusammenhang. Auch wenn die Reserven (etwas) geringer werden, muß die Aktienquote nicht neu bestimmt werden. Doch wenn die Reserven "knapp" sind oder werden, ist ein prozyklisches Verhalten erforderlich, um die Bedingungen der Aufsicht auch weiterhin "fast sicher" zu erfüllen.

Ein Zahlenbeispiel:

- Der Investor legt 100 (alle Beträge in Euro) an Kundengelder an. Der Anlagehorizont T oder die Sicherheitswahrscheinlichkeit Q sollen so hoch sein, daß die aufsichtsrechtliche Aktienquote relevant wird, $x(T) < y(t_0)$.
- Das für die Prüfung der Deckung verlangte Sicherheitsniveau sei $P = 1\%$. Neben dem den Kunden zugerechnetem Kapital von 100 sollen Reserven in Höhe 22 vorhanden, die Assets also betragen 122, die Liabilities 100 und die Deckung ist $d = \ln(122/100) = 20\%$. Entsprechend wird die Aktienquote auf $y(t_0) = 28\%$ festgesetzt. Es werden für den Kunden € 72 sicher und € 28 in Aktien investiert.
- Unmittelbar nach dieser Festsetzung kommt es zu einem Crash, und die Aktienkurse fallen auf 75% ihres Niveaus. Das heißt, das für den Kunden angelegte Kapital hat einen Wert von € $72 + 28 \cdot 0,75 = 72 + 21 = 93$. Für den Kunden sind weiterhin € 72 sicher und € 21 in Aktien angelegt, was eine Aktienquote von $21/93 = 23\%$ bedeutet.

- Die Liability beträgt immer noch 100 und die Reserven von € 22 sollen noch in dieser Höhe vorhanden sein. Die Assets betragen jetzt demnach € $93 + 22 = 115$, doch ist der Deckungsgrad von $d = 9,5\%$ auf $d = \ln(115/100) = 14\%$ gefallen. Bei diesem Deckungsgrad jedoch wäre eine Aktienquote von $y(t_0) = 22\%$ angezeigt. Wären auch die Reserven (teilweise) in Aktien angelegt gewesen, wäre der Deckungsgrad sogar unter $d = 14\%$ gefallen und die in dieser neuen Situation angezeigte Aktienquote wäre noch geringer als die genannten $y(t_0) = 22\%$.

In jedem Fall müssen Aktien verkauft werden. Der Investor gezwungen, das Exposure prozyklisch anzupassen. Trotz der durch den Börsenrückgang ohnehin eingetretenen Reduktion der Aktienquote muß die Aktienquote noch weiter verringert werden.