Institute for Operations Research and Computational Finance
University of St.Gallen

Institute for Operations Research and Computational Finance (ior/cf-HSG)
Prof. Dr. Karl Frauendorfer
Bodanstrasse 6
CH-9000 St. Gallen

Phone +41 (0)71 224 21 05
Fax +41 (0)71 224 21 02
Karl.Frauendorfer@unisg.ch
www.unisg.ch

Vertragsbewertung in der Stromwirtschaft unter Anwendung der stochastischen Optimierung

Lea Blöchlinger, Karl Frauendorfer, Gido Haarbruecker[1]

Keyword: Stochastische Optimierung, Energieverträge, Virtual Power Plant

Zusammenfassung: Das Ziel der vorliegenden Arbeit liegt in der Anwendung der stochastischen Optimierung für die Bewertung von Energieverträgen mit Optionalitäten, sog. Swing-Optionen und Virtual Power Plants. Es wird anhand eines in der Praxis gängigen Energie-Bezugsvertrags die Sensitivität der Marktpreise, der Risikokenngrössen, der Ausübungsstrategie und des Hedge-Portfolios in Abhängigkeit unterschiedlicher Marktdynamik und Filtrierung während der Vertragslaufzeit aufgezeigt. Weil vereinzelt in der Energiewirtschaft auch deterministische Bewertungskonzepte Anwendung finden, wurde der Vergleich zu einem solchen vorgenommen.

Working Paper ior/cf-HSG 06-04-01

---

[1] Diese Arbeit ist entstanden im Auftrag der FH Vorarlberg und den Vorarlberger Kraftwerken im Rahmen des Projektes PortMast - "Portfoliomanagement für Stromversorgungsunternehmen", ein vom österreichischen Forschungsförderungsfond FHPlus gefördertes Kooperationsprojekt mit den Vorarlberger Kraftwerken (http://www.fhv.at/res/ppe/projekte/project13).

1 Einleitung

Im Mittelpunkt dieser Arbeit steht die Vertragsbewertung von Energieverträgen (bzw. Virtual Power Plants) innerhalb der Stromwirtschaft. Als Methodologie wird die mehrstufige stochastische Optimierung gewählt, wobei die Diskretisierung des Preisprozesses mittels analytisch hergeleiteter Szenarien ([7],[8]) unter zwei unterschiedlichen Filtrierungen vorgenommen wird. Für die Modellierung der stochastischen Dynamik der Strompreise wird ein verallgemeinerter 2- Faktor Pilipovic-Ansatz [13] mit zwei unterschiedlichen Parameterwerten zugrundegelegt. Dadurch lassen sich Aussagen zur Robustheit der Ergebnisse hinsichtlich Änderungen in der Volatilität und Mean-Reverting Geschwindigkeit treffen. Dieser Bericht gibt einen konzeptionellen Überblick über das Bewertungsmodell und diskutiert ausführlich die Resultate für einen Vertrag mit Optionalitäten unter Berücksichtigung von Mindest- und Höchstlimiten für den Gesamt-Energiebezug innerhalb der Vertragsdauer. Diese umfassen den Marktpreis des Vertrages, die Bestimmung der optimalen Ausübungsstrategie für die erste Woche, die Profit & Loss-Verteilung mit den relevanten Risikokenngrössen sowie Absicherungsmassnahmen mit Monatsprodukten, aufgeteilt in Peak und off-Peak. Ferner werden die numerischen Ergebnisse jenen gegenübergestellt, die mittels einer deteministischen Optimierung erzielt werden.

2 Bewertungskonzept

Für die Vertragsbewertung wird das am ior/cf-HSG entwickelte Software-Paket BIT@EPI.VPP eingesetzt. Es basiert auf der Methode der stochastischen Optimierung (siehe [1,4,7,10]). Das stochastische Optimierungsproblem nimmt quasi die Perspektive eines fiktiven Vertragshalters ein, welcher sich angesichts der unsicheren Preisdynamik über die gesamte Vertragsperiode hinweg effizient verhält. Für eine detaillierte Modellbeschreibung sei auf [11] verwiesen.

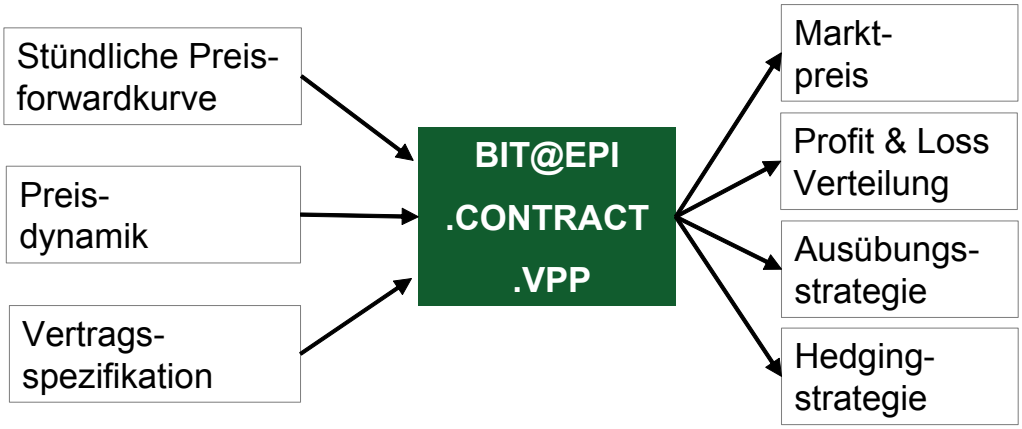


Abbildung 2.1: In- und Outputgrössen der Vertragsbewertung

Die Vertragsbewertung erfolgt gegen den Spotmarkt. D.h. es wird implizit unterstellt, dass die Energiemengen, welche unter Einhaltung der Vertragsspezifikationen bezogen werden, unmittelbar danach am Spotmarkt zum aktuellen Spotpreis wieder verkauft werden. Als Modellinput wird dabei das Niveau sowie die Dynamik der zukünftigen Spotpreise vorgegeben. Als Resultate liefert das Modul neben dem Vertragswert die Profit & Loss Verteilung, welche eine Berechnung sämtlicher Risikokennzahlen erlaubt, sowie die optimale Ausübungsstrategie für die erste Woche. Zusätzlich werden die Delta-Hedges auf monatlicher Basis aufgeteilt in Peak und off-Peak berechnet, die die Sensitivität des Vertragswerts gegenüber Veränderungen in der Preis-Forwardkurve reflektieren. Diese Information liefert in der Folge eine Hedging Strategie, welche zusammen mit der optimalen Ausübungsstrategie, die Realisierung des Vertragswertes über die Laufzeit hinweg unterstützt.

3 Modellspezifikation

Der Vertragswert sowie die optimale Ausübungsstrategie hängen wesentlich von den zukünftigen Preisen ab. Eine möglichst zuverlässige Preisprognose ist daher unabdingbar. Strompreise werden jedoch von einer Vielzahl von unsicheren Einflussfaktoren bestimmt, beispielsweise vom Wetter, von Primärenergiepreisen, Netzauslastung oder anderen wirtschaftlichen und politischen Entwicklungen. Eine

präzise Vorhersage ist daher unmöglich. Dank Standardprodukten, welche an den Strombörsen gehandelt werden, lässt sich jedoch die Erwartung des Marktes über die zukünftige Preisentwicklung eruieren.

3.1 Stündliche Preisforwardkurve

Die aus den verschiedenen Produkten abgeleitete Forwardkurve kann als "durchschnittliches" Szenario für eine Menge von möglichen Preisszenarien betrachtet werden. Die Preisforwardkurve drängt sich auch insofern als Bewertungsgrundlage auf, da sie die Preise möglicher Hedgingprodukte abbildet. Die uns zugrundeliegende Klasse von Energiebezugsverträgen mit Optionalitäten, den sogenannten Swingoptionen, können auf Stundenbasis ausgeübt werden. Die Standardprodukte am Futuresmarkt umfassen im Gegensatz dazu Produkte mit Lieferperioden von einem Monat, einem Quartal oder gar einem Jahr. Die Preis-forwardkurve weist also konstante Preise über mindestens einen Monat auf und kann daher nicht direkt als Spotpreisprognose herangezogen werden. Vielmehr muss auf Basis der Standardprodukte eine stündliche Forwardkurve abgeleitet werden, welche die saisonalen/zyklischen Muster der Spotpreise abbildet. Es werden daher zwei Anforderungen an eine stündliche Forwardkurve gestellt. Einerseits muss sie die saisonalen Muster der Spotpreise widerspiegeln, andererseits darf sie keine Arbitragemöglichkeiten bieten. D.h. die Durchschnitte der stündlich aufsummierten Preise über die Futureslaufzeiten müssen den am Markt beobachteten Preisen entsprechen. Für die Konstruktion einer arbitragefreien, stündlichen Forwardkurve schlagen wir ein Vorgehen in zwei Schritten vor. Im ersten Schritt wird die Struktur der Kurve bestimmt. D.h. die Gewichtung der einzelnen Stunden im Vergleich zum Jahresbase wird so gewählt, dass die saisonalen Muster im Tages-, Wochen- und Jahresablauf der Spotpreise möglichst genau wiedergegeben werden. Zur Bestimmung dieser Gewichte werden beispielsweise Regressionsmodelle verwendet, mit denen der historische Verlauf der relativen Spotpreise mit Hilfe exogener Variablen wie Temperatur, Last oder Kalenderdummies erklärt wird. Auf Basis der resultierenden Sensitivitäten und Prognosen der exogenen Variablen lassen sich so die benötigten Stundengewichte prognostizieren. Die stündliche Spotpreisprognose s^{spot} erhält man schlussendlich durch Multiplikation der relativen Stundengewichte mit den Jahresfutures. s^{spot} bildet somit die auf Basis

historischer Spotpreise erstellte stündliche Spotpreisprognose, welche die saisonalen Muster wiedergibt.

Im zweiten Schritt wird die Arbitragefreiheit der Kurve gesichert. Dazu wird die Spotpreisprognose s^{spot} so an die beobachteten Futurespreise s^{fut} angepasst, dass keine Arbitragemöglichkeiten entstehen, die saisonalen Muster aber möglichst beibehalten werden. Die Bestimmung dieser stündlichen Preisforwardkurve x erfolgt über die Lösung des folgenden Optimierungsproblems (vgl. [3]):

$$\min\left[\sum_{t=0}^{T}(x_t - s_t^{spot})^2 + f_{smooth}\sum_{t=1}^{T-1}(x_{t-1} - 2x_t + x_{t+1})^2\right]$$

$$\text{s.t. } s_{p_{deliv}}^{fut} = \frac{\sum_{t\in p_{deliv}} x_t}{|p_{deliv}|} \forall p_{deliv} \in F$$

Die Restriktionen sichern die Arbitragefreiheit. Die aufsummierten stündlichen Forwardpreise x_t über die Laufzeiten p_{deliv} der verschiedenen Futureskontrakte müssen im Durchschnitt genau den beobachteten Futurespreisen s^{fut} entsprechen. Das Optimierungsmodell weist daher so viele Restriktionen auf, wie Futureskontrakte gehandelt werden. In der Zielfunktion wird die quadrierte Abweichung zwischen der stündlichen Spotpreisprognose s^{spot} und der gesuchten Preisforwardkurve x minimiert.

Die stündlichen Preise der Forwardkurve werden so gewählt, dass sie - soweit es die Restriktionen erlauben - der Spotpreisstruktur s^{spot} entsprechen. Der zweite Term in der Zielfunktion erlaubt es, Einfluss auf die Glattheit der Forwardkurve zu nehmen. Ein hohes f_{smooth} bewirkt, dass aufeinanderfolgende Forwardpreise weniger stark voneinander abweichen. Ein positives f_{smooth} kann sinnvoll sein, wenn zur Bestimmung von s^{spot} ein Regressionsmodell mit zahlreichen Dummyvariablen verwendet wird. Über den Smoothfaktor werden die resultierenden treppenförmigen Strukturen in differenzierbare Verläufe überführt.

Der Bewertung des hier analysierten Vertrags wurde die stündliche Preis-Forwardkurve vom 31.12.2005 zugrundegelegt, welche mit obigem Modell bestimmt worden ist (Abbildung 3.1).

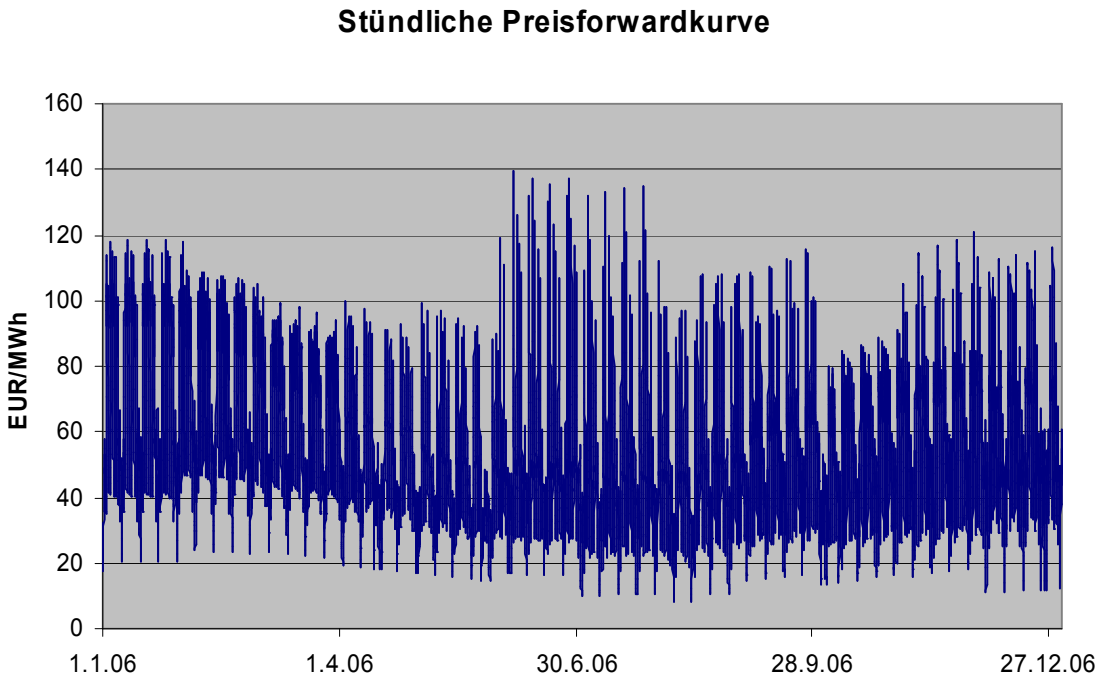


Abbildung 3.1: Stündliche PFC vom 31.12.2006 für den Zeitraum 1.1.06-31.12.06

3.2 Preisdynamik

Zukünftige Spotpreise sowie die zukünftigen Forwardkurven sind aus heutiger Sicht unsicher und nur probabilistisch beschreibbar. Zusätzlich zum Erwartungswert der stündlichen Forwardkurve wird daher ein Modell benötigt, welches die stochastische Dynamik der Preise wiedergibt. Wir bevorzugen dabei ein Modell, das nicht nur die Spotpreisentwicklung sondern auch die Dynamik der Forwardkurve beschreibt. Dies hat den Vorteil, dass mehrere Risikofaktoren identifizierbar sind und mehr Daten zur Parameterschätzung verwendet werden können. Grundsätzlich kann der Preis jedes Produkts, bzw. jeder Maturität einzeln modelliert werden. Futures ähnlicher Maturitäten sind jedoch stark korreliert, so dass deren Fluktuationen mit einem gemeinsamen Risikofaktor genügend genau erfasst werden können. Kurzfristige und langfristige Maturitäten hingegen bewegen sich nicht im Gleichschritt. Um die Fluktuationsstruktur der gesamten Forwardkurve hinreichend korrekt abzubilden, braucht es zumindest zwei Risikofaktoren. Koekebakker, Ollmar [12] zeigen für den norwegischen Markt mit einer

Hauptkomponentenanalyse, dass mit einem 2-Faktor-Modell rund 75%, mit einem 3-Faktormodell etwa 80% der Fluktuationen erklärt werden können. Im Vergleich zu anderen Märkten, die mit einem 2-Faktormodell zu rund 95% erklärt werden können, sind diese Werte relativ tief. Der Elektrizitätsmarkt zeichnet sich noch durch weitere Besonderheiten aus. Betrachtet man den Spotpreis an der EEX der letzten zwei Jahre, so zeigen sich die typischen Charakteristika wie Mean Reversion, Spikes oder stochastische Volatilitäten. Eine geeignete Prozessklasse für das Forwardpreismodell sind daher Affine-Jump-Diffusion Prozesse, welche sämtliche Charakteristika abbilden können. Eine mögliche Prozessspezifikation angelehnt an das Pilipovic Model [13] ist

$$dX_1(t) = \kappa_1(X_2(t) - X_1(t))dt + \sigma_1 dW_1(t),$$
$$dX_2(t) = -\kappa_2 X_2(t)dt + \sigma_2 dW_2(t).$$

Für die Berechnungen wurden folgende zwei Sets an Parameterwerten verwendet:

Parametersets	D(1)	D(2)
$\kappa 1$	0.64	0.64
$\sigma 1$	1.48	2.0
$\kappa 2$	0.64	0.64
$\sigma 2$	1.09	1.4

Tabelle 3.1: Parameter für unterschiedliche Marktdynamiken

Die aufgeführten Werte sind Ergebnisse von Kalibrierungsansätzen, die auf unterschiedliche Energiemärkte angewandt wurden. Die beiden Marktdynamiken werden in den numerischen Ergebnissen mit D(1) und D(2) identifiziert. Im Rahmen dieser Arbeit soll unter anderem aufgezeigt werden, wie stark sich Vertragswert, Profit-&-Loss Verteilung, Ausübungs- und Hedgingstrategien bei unterschiedlichen Markt-Volatilitäten verändern. Die Markt-Volatilität sei dabei durch die gewählten Volatilitätsterme der beiden Faktoren X_1 und X_2 bestimmt.

X_1 beschreibt die kurzfristigen Abweichung vom langfristigen Niveau X_2 und folgt einem Mean Reverting Prozess, welcher der typischen Struktur der Strompreise Rechnung trägt. Mit X_2 wird die langfristige Entwicklung des Preisniveaus modelliert. X_2 folgt ebenfalls einem Mean Reverting Prozess. Die Forwardpreise sind bestimmt durch

$$F(t,T) = F(0,T)\frac{E_t(\exp(X_1(T)))}{E_0(\exp(X_1(T)))}.$$

Die Division durch den heutigen Erwartungswert von $X_1(T)$stellt sicher, dass die erwarteten Spot- und Forwardpreise zu jedem Zeitpunkt t konsistent sind mit der aktuellen Forwardpreiskurve, ohne dass das Modell täglich neu kalibriert werden muss.

$$E_0(F(t,T)) = F(0,T)$$

Die Abbildungen 3.2.a und 3.2.b zeigen die Auswirkungen der beiden unterschiedlichen Marktdynamiken (siehe Tabelle 3.1) auf die Preisverläufe am Ende eines Vertragsjahres, insbesondere die potentiellen Abweichungen zwischen Spotpreis und Preisforwardkurve in der Woche 52.

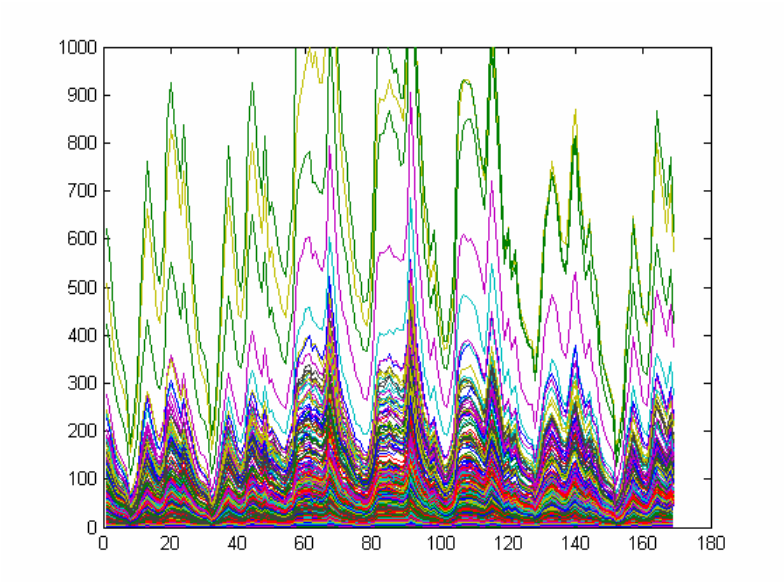


Abbildung 3.2a: Simulation der Spotpreise zur Marktdynamik 1 für Woche 52

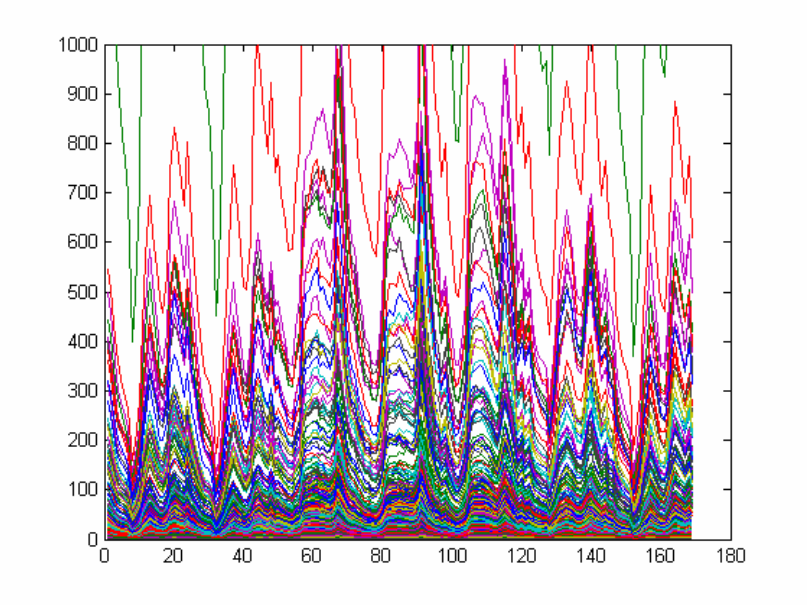


Abbildung 3.2b: Simulation der Spotpreise zur Marktdynamik 2 für Woche 52

Die Methodologie der stochastischen Optimierung bietet bei der Prozesswahl grosse Freiheit. Es lassen sich erweiterte Preismodelle umsetzen, welche Jumps, Spikes, Regime-Switches oder stochastische Volatilitäten abbilden. Es gilt im wesentlichen das "conditional law" der Risikofaktoren zum Zeitpunkt t zu berücksichtigen, gegeben die Risikofaktoren zum Zeitpunkt s ($0 \leq s \leq t$). Dies ist insbesondere für die oben zugrundegelegte Prozessklasse der Fall.

3.3 Vertragsspezifikation

Für die Bewertung wird folgender Vertrag zugrundegelegt: Vertragslaufzeit läuft vom 1.1.06 bis 31.12.06, als Bewertungsdatum wird der 31.12.05 gewählt. Die unteren und oberen Leistungslimiten sind mit 0 MW bzw. 90 MW gegeben. Bis zum Ende der Vertragslaufzeit müssen mindestens 400 GWh und höchsten 600 GWh ausgeübt werden. Der Strike-Preis beträgt 60 Euro / MWh. Die Ausübung darf während der Vertragslaufzeit über 24h und an allen Tagen innerhalb der vorgegebenen Leistungslimiten vorgenommen werden. Dieser Vertrag lässt sich als virtuelles Kraftwerk interpretieren. Ratchets (i.e Limiten für Leistungsänderungen von Stunde zu

Stunde) sowie Mindest-Still- und Betriebszeiten werden in diesen Ausführungen keine vorgegeben.

Die deterministische Bewertung dieses Vertrages stützt sich auf folgendes deterministische Optimierungsmodell

$$\max_x \sum_{i=1}^{N} x_i PFC_i$$

s.t.

$$P_{_} \le x_i \le P^{-}$$

$$E_{_} \le \sum_{i=1}^{N} x_i \le E^{-}$$

wobei $P_{_}$ die untere und P^{-} die obere Leistungslimite angeben. Analog bezeichnet $E_{_}$ die untere und E^{-} die obere Energielimite.

Als Resultat erhält man zum Bewertungszeitpunkt 31.12.05 die primale optimale Lösung obigen Optimierungsproblems, jene beste Ausübungsstrategie x auf Stundenbasis, welche unter der Annahme, dass die zukünftigen Spotpreise genau der heutigen Preis-forwardkurve entsprechen, zum maximalen Vertragswert führt. In diesem deterministischen Ansatz nimmt man also ein "durchschnittliches Preisszenario" als vordefinierte Preisentwicklung vorweg. Für den zugrundeliegenden Vertrag, der sich über ein ganzes Jahr erstreckt, wird die stündliche Ausübungsstrategie durch einen Vektor von der Dimension 8760 dargestellt. Es gibt weiters 2 x 8760 Restriktionen für die oberen und unteren Leistungslimiten sowie zwei zusätzliche Restriktionen für den gesamten Energiebezug während der Vertragslaufzeit. Aufgrund der Linearität und Box-Struktur der Leistungslimiten stellen diese Restriktionen keine numerischen Hürden dar, zudem ein Lineares Programm von der Dimension 8760 x 17'522 für die gegenwärtig verfügbare IT und Algorithmen sicherlich als "kleine" Problemstellung angesehen werden darf und in wenigen Sekunden gelöst ist. Die explizite Darstellung soll vielmehr helfen, die unterschiedlichen Dimensionen des nachfolgenden stochastischen Ansatzes, die in erster Linie die inhärenten Optionalitäten hinreichend abbilden, abzuschätzen.

Im Gegensatz zum deterministischen Ansatz wird bei der stochastischen Optimierung die Ausübungsstrategie nicht nur basierend auf der erwarteten Preisentwicklung optimiert. Es werden vielmehr die über die Zeit optimalen Ausübungsstrategien in Abhängigkeit der Preisszenarien (siehe Abbildungen 3.2a,b) bestimmt. Diese Szenarienentwicklung ist durch eine Filtrierung charakterisiert, die der wachsenden Informationsentwicklung gerecht wird. Die Vertragsperiode wird in Teilperioden unterteilt, von dessen Endzeitpunkten weg die zukünftige Entwicklung der Spotpreise in Form von mehreren Szenarien unterschiedlich verlaufen. Dies wird durch die Generierung einer non-recombining Baumstruktur erreicht, die innerhalb der mathematischen Modellierung unter Berücksichtigung der analytischen Vertragsstruktur und vorgegebener Berechnungsdauer bestmöglich vorgenommen wird. Konkret wird das Vertragsjahr in 6 Teilperioden unterteilt, von denen die erste Periode 1 Woche umfasst, die restliche Vertragslaufzeit wird zu gleichen Teilen in 5 Teilperioden unterteilt. Am Ende einer jeden Teilperiode werden 4 bzw. 10 mögliche Preisszenarien analytisch generiert, die gewisse Momente der Pilipovic-Dynamik korrekt nachbilden. Es entsteht somit ein Szenariobaum mit 5 Verzweigungszeitpunkten und insgesamt 1'024 (=4^5) bzw. 100'000 (=10^5) Preisszenarien, die die stochastische Dynamik der Spotpreise auf Stundenbasis über die gesamte Vertragslaufzeit mit unterschiedlicher Feinheit approximiert. Gestützt auf diese beiden Filtrierungen dürfen also stochastische Optimierungsprobleme als Bewertungs- und Ausübungsmodelle erzeugt werden, die zum einen den fairen Wert (i.e. Marktpreis) des zugrundeliegenden Vertrags und zum anderen die optimale Ausübungsstrategie bestimmen. Für die erste Woche erhält man für die beiden gewählten Filtrierungen je eine optimale Ausübungsstrategie, da alle 1'024 bzw. 100'000 Preisszenarien über die ersten 168h von einer eindeutigen Preis-forwardkurve starten. Im Gegensatz zum deterministischen Ansatz ist die optimale Ausübungsstrategie in den der ersten Woche folgenden Zeitpunkten aufgrund der vorliegenden Filtrierung sowohl zeit- als auch knotenabhängig, womit für die 2. Woche und danach bereits stochastische Ausübungsstrategien unter Einhaltung des Optimalitätsprinzips vorliegen. Die bzgl. den Filtrierungen messbaren 1'024 bzw. 100'000 stochastischen Ausübungsstrategien decken also die Restlaufzeit von 8760h-186h= 8592h ab. Diese stochastische Dynamik der optimalen Ausübungsstrategien

bildet im späteren auch die Basis für die Bestimmung eines Hedge-Portfolios aus Monatsprodukten, wobei zwischen Peak und Off-Peak-Produkten unterschieden wird.

4 Numerische Ergebnisse

Anhand der nachfolgenden numerischen Ergebnisse gilt es folgende vier Fragen für den zugrundeliegenden Energie-Vertrag (bzw. VPP) zu beantworten:

- Welche Auswirkungen haben die gewählten Filtrierungen auf die Profit & Loss (P&L) Verteilung des Vertrages, insb. auf den Marktpreis und die Risikokenngrössen, unter verschiedenen Marktvolatilitäten ?

- Welche Auswirkungen zeigen stochastisches und deterministisches Bewertungskonzept auf die P&L-Verteilung des Vertrages, insb. auf den Marktpreis und die Risikokenngrössen, in Abhängigkeit der gewählten Marktdynamiken ?

- Welche Auswirkungen zeigen stochastisches und deterministisches Bewertungskonzept auf die optimale Ausübungsstrategie der ersten Woche bei unterschiedlicher Marktvolatilität ?

- Welche Auswirkungen zeigen stochastisches und deterministisches Bewertungskonzept auf das Hedge-Portfolio bei unterschiedlicher Marktvolatilität ?

4.1 Profit & Loss- Verteilung

Die P&L-Verteilung von Verträgen ist jene Information, die das Rendite-Risiko-Profil eines Vertrages vollständig charakterisiert. Der faire Preis (i.e. der Marktpreis) wird dabei durch den Erwartungswert dieser P&L-Verteilung bestimmt. Alle klassischen und in der Wissenschaft neuerlich verfochtenen Risikokenngrössen sind durch die P&L-Verteilung gegeben. Dazu gehören nebst der Varianz insb. auch der Value-At-Risk, Conditional Value at- Risk, Profit-at-Risk zu vorgegeben Signifikanzniveaus, Shortfall-Wahrscheinlichkeiten für vorgegebene Targets, sowie die Lower Partial Moments erster

und höherer Ordnung. In den vorliegenden Ausführungen beschränken wir uns nebst dem Marktpreis auf die Auflistung der Standardabweichung, des Value-at-Risk und des Conditional Value-at-Risk für ein Signifikanz-Niveau von 10%.

Wie oben ausgeführt, liefert der deterministische Bewertungsansatz für die gesamte Vertragslaufzeit - in unserem Fall also für die nächsten 8760h - eine auf einen vordefinierten Spotpreisverlauf bezogene Ausübungsstrategie. Um die zu dieser Ausübungsstrategie gehörige P&L-Verteilung zu bestimmen, gilt es den resultierenden Profit & Loss dieser Ausübungsstrategie unter den jeweils beiden Marktdynamiken (siehe Tabelle 3.1) zu simulieren. Diese Simulation liefert dann jene zur deterministischen Ausübungsstrategie gehörige Profit & Loss-Verteilung.

Die Abbildungen 4.1.a und 4.1.b zeigen die Profit und Loss Verteilungen des Vertrages zu den drei verschiedenen Ausübungsstrategien. Zwei Ausübungsstrategien beziehen sich dabei auf die Bewertung mittels stochastischer Optimierung unter zwei unterschiedlichen Filtrierungen. Die feine Filtrierung mit 100'000 Preisszenarien wird dabei mit "Stoch. Opt. High" und die grobe Filtrierung mit 1'024 Preisszenarien mit "Stoch. Opt. Low" identifiziert. Die dritte Ausübungsstrategie bezieht sich auf die Bewertung mit dem deterministischen Konzept. Aus dem graphischen Verlauf ist ersichtlich, dass der faire Marktpreis bzgl. den beiden gewählten Filtrierungen unter beiden Marktdynamiken nahe beieinander liegen, sich aber signifikant von jenem Vertragspreis unterscheidet, der aufgrund der deterministischen Optimierung resultiert. Zudem wird unter beiden Marktdynamiken und Filtrierungen die P&L-Verteilung der deterministischen Ausübungsstrategie dominiert (im Sinne der stochastischen Dominanz 2. Ordnung) von jenen P&L-Verteilungen der stochastischen Ausübungsstrategien.

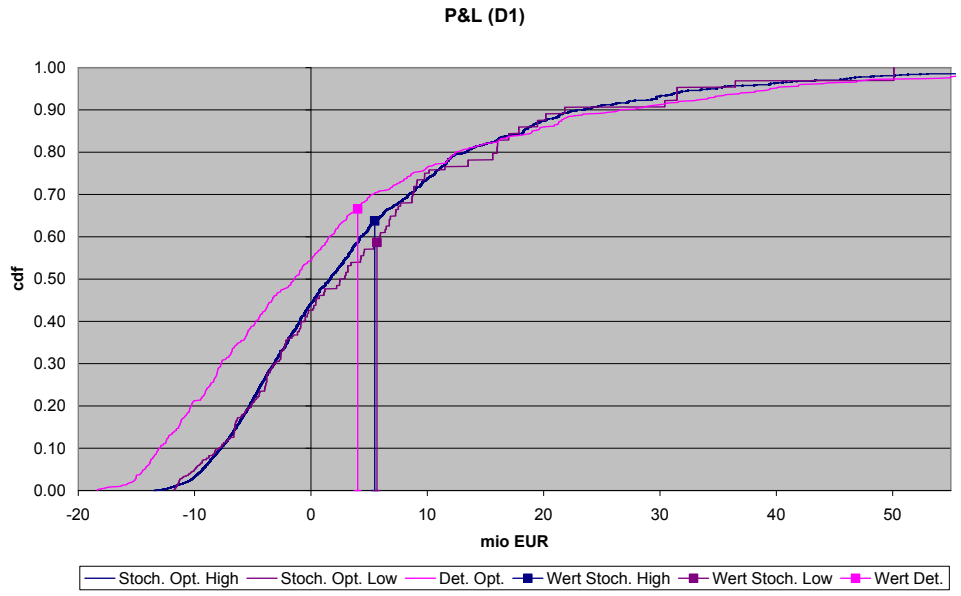


Abbildung 4.1a: Profit & Loss Verteilung des Vertrags in Marktdynamik 1

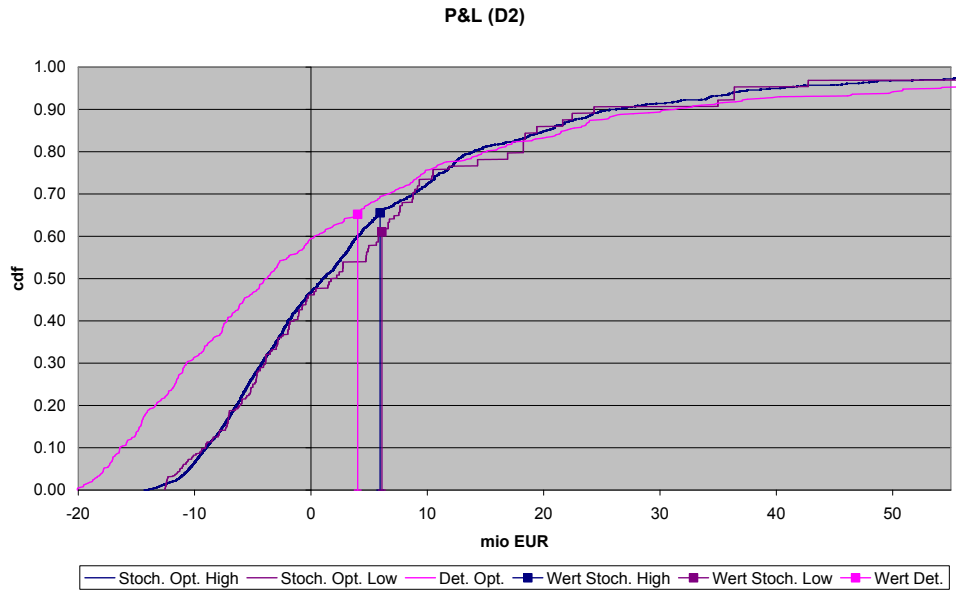


Abbildung 4.1b: Profit & Loss Verteilung des Vertrags in Marktdynamik 2

Zu erwähnen bleibt noch, dass die horizontale Differenz der P&L-Verteilung den Mehrwert der stochastischen Optimierung gegenüber der deterministischen aufzeigt.

Betrachtet man die numerischen Ergebnisse in Tabellen 4.1. darf dieser für den zugrundeliegenden Vertrag mit ca 26.7% unter Marktdynamik D(1) und mit 32.5% unter Marktdynamik D(2) quantifiziert werden. Ein ähnliches Bild ergibt sich, wenn die Risikokenngrössen aus der stochastischen Optrimierung mit jener durch Simulation bestimmten Risikokenngrössen für die deterministischen Ausübungsstrategie verglichen werden.

In den Tabellen 4.1. lässt sich weiters erkennen, dass die Unterschiede der zu den beiden Filtrierungen gehörigen Marktpreise bei niedriger Marktvolatilität D(1) bei ca 3.6% liegen, bei hoher Marktvolatilität D(2) liegt der Unterschied in den Marktpreisen bei ca 2.6 %. Die Sensitivität im Marktpreis bzgl. unterschiedlicher Filtrierung nimmt also bei steigender Volatilität ab. Ein Vergleich des Value-at-Risk und des Conditional Value-at--Risk zeigt hinsichtlich numerischer Genauigkeit ein ähnliches Verhalten. Dies zusammen zeigt, dass die Approximation der stochastischen Preisdynamik durch bedingte, momententreue und analytische Diskretisierungen eine ansprechende Güte besitzt.

D(1)	Stoch. Opt. High	Stoch. Opt. Low	Det. Opt.
Preis	5'478'461	5'677'259	4'015'677
VaR(10%)	-7'736'095	-7'874'930	-12'973'000
CVaR(10%)	-9'617'113	-9'978'884	-14'657'000
Std.Dev.	14'642'950	13'646'940	18'538'000
Energiebezug (Ø)	442'709	442'483	400'000

Tabelle 4.1a: Bewertung und Risikokenngrössen des Vertrags für die Marktdynamik 1

D(2)	Stoch. Opt. High	Stoch. Opt. Low	Det. Opt.
Preis	5'945'542	6'098'630	4'015'677
VaR(10%)	-9'044'296	-9'081'448	-16'433'515
CVaR(10%)	-10'798'586	-11'136'726	-17'873'492
Std.Dev.	17'541'821	15'938'686	28'805'000
Energiebezug (Ø)	442'342	441'155	400'000

Tabelle 4.1b: Bewertung und Risikokenngrössen des Vertrags für die Marktdynamik 2

Betrachtet man die deterministische Ausübungsstrategie für die gesamte Laufzeit, so stellt man fest, dass der Energiebezug gleich der unteren Energielimite von 400 GWh entspricht. Die Optionalität bei einem höheren Preis-Niveau mehr an Energie zu beziehen wird nicht berücksichtigt und fliesst damit nicht in die Bewertung ein. Dies erklärt ein Under-Pricing des Vertrags um beachtliche 26.7% bzw. 32.5%. Die stochastischen Ausübungsstrategien sehen im Gegensatz dazu einen durchschnittlichen Energiebezug von ca 442'000 GWh vor, womit den Optionalitäten und den damit implizierten Ertragspotentialen bei höherem Strompreis-Niveau Rechnung getragen wird.

4.2 Ausübungsstrategie

Wie im obigen Abschnitt erläutert, liefert die stochastische Optimierung für die erste Woche (d.h. für die ersten 168h) eine eindeutige Ausübungsstrategie. Vergleicht man nun diese mit jener aus der deterministischen Optimierung so stellt man fest, dass in 40h innerhalb der 168h bei der stochastischen Bewertung zusätzlich ausgeübt wird. Dieses Ergebnis ist auf die innerhalb der stochastischen Optimierung vorgenommene Analyse der stochastischen Preisentwicklung und der damit verbundenen Pay-Off-Struktur für die optimale stochastische Ausübungsstrategie zurückzuführen. Interessant ist besonders, dass in Anbetracht der langen Restlaufzeit des Vertrags die Ausübungsstrategie unter beiden Marktvolatilitäten dieselbe ist. Dies dokumentiert die Robustheit innerhalb der stochastischen Optimierung, da unter Einbezug der Filtrierung

die Hedgingmechanismen marktkonfom bewertet werden und in der Folge in die optimale stochastische Ausübungsstrategie einfliessen.

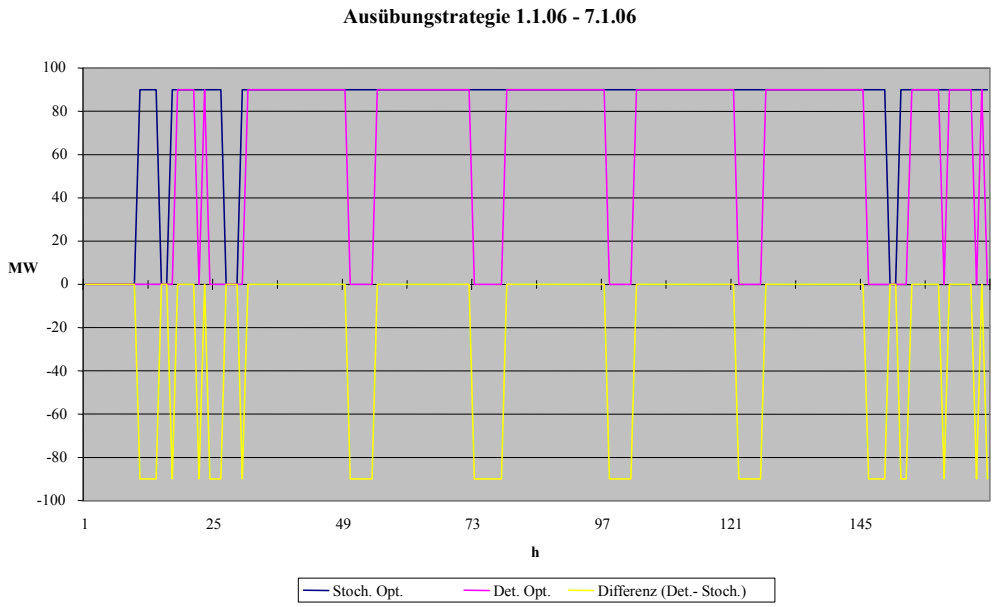


Abbildung 4.2: Ausübungsstrategien in der ersten Woche (über 168h)

4.3 Hedge-Portfolio

Der faire Marktpreis wird durch die optimale stochastische Ausübungsstrategie bestimmt. Um sich gegenüber den Preisschwankungen abzusichern, gilt es nun die Sensitivitäten (die Deltas) des Vertragswertes bzgl. Änderungen in der Forwardpreiskurve zu bestimmen. Daraus lassen sich Hedge-Portfolios konstruieren, die aus unterschiedlichen Produkten zusammengesetzt sein können. Für die vorliegende Arbeit haben wir uns auf Monatsprodukte beschränkt, die in Peak und Off-Peak unterteilt werden. Ebenso hätte man natürlich auch Wochenprodukte mit feinerer Unterteilung der 24h vornehmen können.

Für die deterministische Optimierung ist die Bestimmung der Hedgingstrategie einfach, da man von einer für die nächsten 8760h fixierten Ausübungsstrategie ausgeht. Soll der damit "berechnete" Vertragswert gesichert werden, so muss das Hedge-Portfolio exakt

die Ausübungsstrategie abbilden. Nimmt man an, dass nur Standardprodukte zur Absicherung zur Verfügung stehen, so kann die durchschnittliche Ausübung in den jeweiligen Produktelaufzeiten bestimmt und so die Deltas berechnet werden. Es sollte in diesem Zusammenhang aber betont werden, dass das zur deterministischen Ausübungsstrategie gehörige Hedge-Portfolio keineswegs das Modellrisiko reduziert, das inhärent im deterministischen Ansatz vorhanden ist. Vielmehr ist festzuhalten, dass dieses Hedge-Protfolio ebenso gleichermassen unter dem Modell-Risiko verwundbar ist: man geht von der unrealistischen Annahme aus, dass man sich heute für eine Ausübung über 8760h fixiert unter einer durch die Price-Forwardkurve vordefinierten Preisentwicklung.

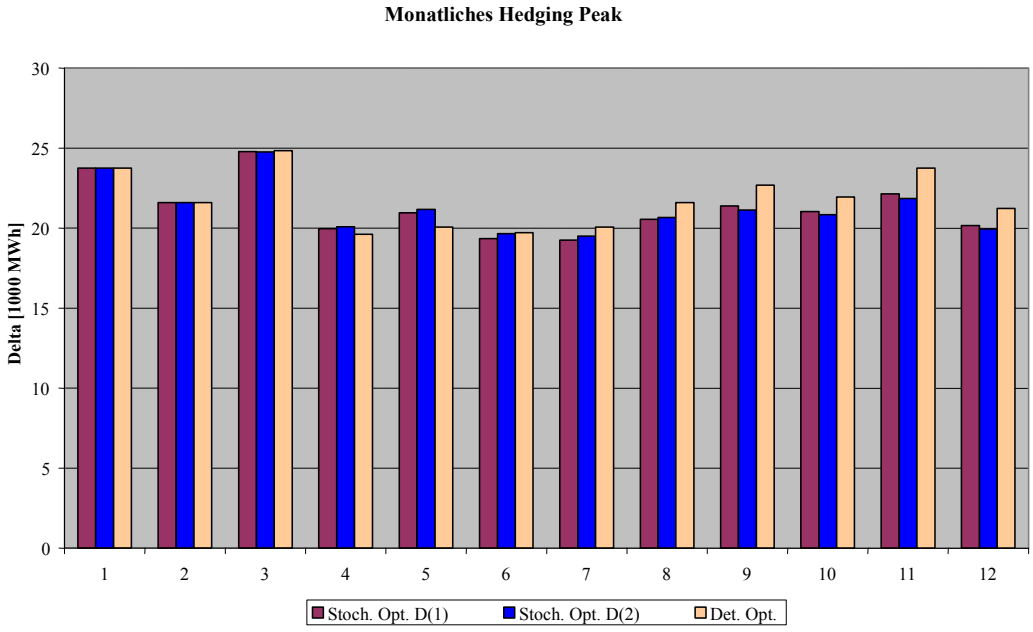


Abbildung 4.3a: Hedge-Portfolios mit Monatsprodukten (Peak)

Aus der monatlichen Auflösung kann beispielsweise herausgelesen werden, dass sich bei einem Preisanstieg des Märzkontraktes Peak um 1 EUR der Wert des Vertrags um 1 EUR/MWh x 24100 MWh = 24'100 EUR erhöht. Will man sich gegen solche Preisunsicherheiten absichern und den heutigen Vertragswert quasi fixieren, so kann dies über die Umsetzung der Hedgingstrategie geschehen. Dazu werden entsprechend

den Deltas Futures-Verträge short bzw. long in das Hedge-Portfolio aufgenommen, so dass sich Preisänderungen in den Futures und die daraus resultierende Wertveränderung des Vertrags aufheben.

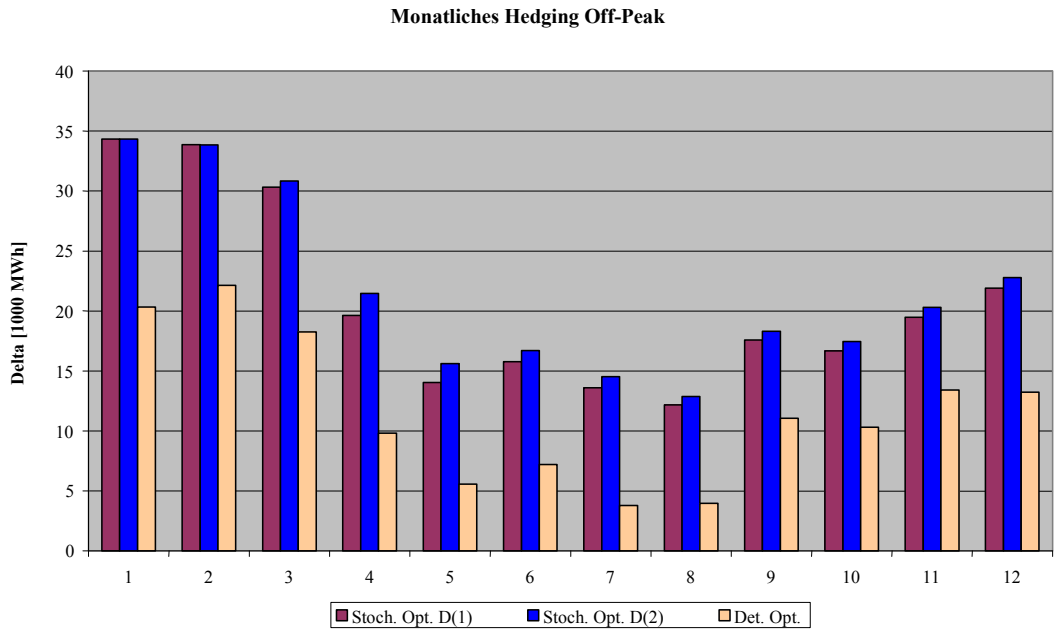


Abbildung 4.3b: Hedge-Portfolios mit Monatsprodukten (Off-Peak)

Die Abbildungen 4.3a und 4.3b zeigen die Unterschiede in den Hedgingstrategien in den Peak- respektive Offpeak-Produkten:

Die Differenzen bei den Peak-Produkten fallen relativ gering aus. Dies kommt daher, dass die stochastischen Ausübungsstrategien für die Peakstunden über die verschiedenen Preisszenarien relativ stabil und der deterministischen Strategie ähnlich sind. In den Off-Peakstunden fallen die Unterschiede massiv deutlicher aus. Die stochastischen Ausübungsstrategien variieren je nach Preisentwicklung. Bei der deterministischen Lösung wird aufgrund des Strikepreise sehr selten in den Offpeak-Stunden ausgeübt, da die Optionalitäten bei höherem Preisniveau nicht bewertet und somit ignoriert werden. Die mittlere stochastische Ausübungsstrategie in den off-Peak Stunden weicht deutlich von der deterministischen ab, da die Optionalitäten bei höherem

Preisniveau marktkonform gepriced werden. Die unterschiedliche Handhabung der Optionalitäten in den Off-Peak Stunden führt also zu den grossen Unterschieden.

5 Zusammenfassung

Die vorliegende Untersuchung hat die Anwendung der stochastischen Oprimierung für die Bewertung eines in der Praxis gängigen Energiebezugsvertrags mit Optionalitäten aufgezeigt, die auch als Swing-Optionen oder Virtual Power Plants bekannt sind. Weil vereinzelt in der Stromwirtschaft auch die deterministische Optimierung in Bewertungsfragen Beachtung findet, wurde zusätzlich der Vergleich mit den Ergebnissen eines deterministischen Konzeptes vorgenommen. Die Ergebnise lassen sich nun folgendermassen zusammenfassen:

Zwei sehr unterschiedliche Filtrierungen mit 1'024 und 100'000 Preisszenarien - die zu non-recombining Baumstrukturen führen - zeigen auf, dass unter Anwendung einer bedingten, momententreuen analytisch vorgenommenen Diskretisierung der Preisdynamik sich sowohl Marktpreise als auch die gesamte P&L-Verteilung des vorliegenden Vertrags um ca 2-4% unterscheiden. Ausübungsstrategie und Hedge-Protfolio haben sich ebenfalls als robust erwiesen. Eine gröbere Filtrierung erweist sich hinsichtlich höherer Marktdynamik als nicht verwundbar, da die bedingte, momententreue analytische Diskretisierung dieser angemessen Rechnung trägt.

Vergleicht man den Marktpreis des Energievertrags bei unterschiedlicher Marktvolatilität so stellt man einen um ca 9-10% höheren Marktpreis fest, falls die Markt-Volatilität um ca 50% zunimmt.

Erwartungsgemäss führen deterministische Optimierungskonzepte zu einer signifikanten Fehlbewertung der Energieverträge, weil die Volatilitäten nicht einfliessen und damit keine marktkonforme Bewertung der inhärenten Optionalitäten stattfindet. Bezgl. Rechenzeit bleibt noch zu erwähnen, dass die stochastische Optimierung mit der gröberen Filtrierung (d.h. mit 1'024 Preisszenarien) so wie die deterministische Optimierung in wenigen Sekunden die numerische Lösung liefert. Stützt man sich auf

die feinere Filtrierung mit 100'000 Preisszenarien ab, so benötigt die Bestimmung der numerischen Lösung für den zugrundeliegenden Vertrag ca 5 min.

Die Vertragsstrukturen wurden nach dem Gesichtspunkt ausgewählt, dass Optionalitäten in einem begrenzten Ausmass vorliegen sollten. Dieses Ausmass wurde durch die obere und untere Energie- und Leistungslimite definiert. Verträge mit grösseren Optionalitäten würden noch deutlichere Unterschiede zu den deterministischen Bewertungskonzepten aufzeigen. Betrachtet man insbesondere Kraftwerkparks, die deutlich grössere Optionalitäten in der Bewirtschaftung enthalten, so darf man durchwegs einen signifikanten Mehrwert mit stochastischen Bewirtschaftungs- und Bewertungsmodellen antizipieren.

6 Literatur

[1] Blöchlinger, L. , Güssow, J.: Praktische Einsatzmöglichkeiten mehrstufiger stochastischer Optimierung im Portfoliomanagement; in: VDI-Berichte 1908. Hrsg.: VDI-Gesellsch. Energietechnik. Düsseldorf: VDI-Verlag 2005, S. 53-64

[2] Eydeland, A., Wolyniec, K.: Energy and Power Risk Management - New Developments in Modeling, Pricing and Hedging, Wiley, New Jersey, 2003

[3] Fleten, S., Lemming, J.: Constructing forward price curves in electricity markets. Energy Economics 25(5), pp. 409-424, 2003

[4] Frauendorfer, K., Haarbrücker, G., Kiske, K., Kuhn, D.: Swing-Optionen im Elektrizitätsmarkt – Bewertung und optimale Ausübung komplexer Stromderivate, e|m|w Zeitschrift für Energie, Markt, Wettbewerb (Hrsg.: Energieportal), Heft 5, 2005

[5] Frauendorfer, K., Güssow, J., Haarbrücker, G., Kuhn, D.: Stochastische Optimierung im Energiehandel - Entscheidungsunterstützung und Bewertung für das Portfoliomanagement, e|m|w Zeitschrift für Energie, Markt, Wettbewerb (Hrsg.: Energieportal), Heft 1, 2005

[6] Frauendorfer, K., Güssow, J., Kuhn, D.: Energy Business and Finance Policy - Parallels in Methodology and Duties. Energiesymposium Fuschl 2003, Forschung im Verbund, Schriftenreihe Band 85, 2004

[7] Frauendorfer, K., Güssow, J., Kuhn, D.: Stochastische Optimierungskonzepte zur Bewertung von Swing-Optionen, Working-Paper 03-02-1, Institute for Operations Research, University of St. Gallen, 2003

[8] Frauendorfer K., Haarbrücker G., Ostermaier, G.: Sistema de Gerenciamento para a Geração e a Comercialização de Energia Elétrica sob Instabilidate, Proceedings der Konferenz 3°Simpósio Internacional da VDI sobre Energia, - Cenário atual, Desafios e novas Tecnologias (ed.: Associação Técnica Brasil-Alemanha), São Paulo, 2003

[9] Geman, H.: Commodities and Commodity Derivatives. Modelling and Pricing for Agriculturals, Metals and Energy, Wiley, West Sussex, 2005

[10] Güssow, J.: Verteilungsbasiertes Risikomanagement im Stromhandel - Flexible Einsatzmöglichkeiten mehrstufiger stochastischer Programmierung. e|m|w Zeitschrift für Energie, Markt, Wettbewerb (Hrsg.: Energieportal), Heft 1, 2006

[11] Haarbrücker, G.,Kuhn, D.: Valuation of Electricity Swing Options by Multistage Stochastic Programming, Working Paper, University of St. Gallen (2005)

[12] Koekebakker, S., Ollmar, F.: Forward curve dynamics in the Nordic electricity market, working paper, 2001

[13] Pilipovic, D., Energy Risk: Valuing and Managing Energy Derivatives, McGraw-Hill, New York, 1998