

Management Science: Quantitative Methoden

Karl Frauendorfer, Gido Haarbrücker, Olivier Schmid

1 Management Science

Unter dem Begriff *Management Science (Operations Research)* werden verschiedene quantitative Verfahren verstanden, welche die Ermittlung einer bestmöglichen Entscheidung unter Berücksichtigung bestimmter Restriktionen bezwecken. Gegenstand dieses Kapitels ist eine Charakterisierung und Typologisierung verschiedener betriebswirtschaftlicher Optimierungsprobleme. Die Leserschaft soll nach Durcharbeiten dieses Beitrages in der Lage sein:

- wesentliche Aspekte einer betriebswirtschaftlichen Entscheidungssituation zu erkennen,
- komplexe Entscheidungssituationen als Optimierungsprobleme zu formulieren,
- geeignete quantitative Verfahren für die Lösung des Entscheidungsproblems zu erkennen,
- Methoden der Optimierungslehre und der Simulation abzugrenzen sowie ihre Vor-/ Nachteile zu beurteilen.

Einführend, quasi als Motivation, seien wichtige Anwendungen innerhalb der Finanzwirtschaft, Energiewirtschaft und Industrie aufgeführt, in denen der Einsatz quantitativer Tools nachweislich zur unabdingbaren Notwendigkeit geworden ist, weil die resultierenden dynamischen Entscheidungsprozesse durch ihre Komplexität das menschliche Erfassungsvermögen überfordern.

Anwendungen in der Finanzwirtschaft

Cash-Management: Die kurzfristige Steuerung der Liquidität stellt aufgrund ihres unmittelbaren Einflusses auf die Zahlungsfähigkeit einer Unternehmung eine wichtige Aufgabe des Finanz-Managements dar. Mit dem Leistungserstellungsprozess einer Unternehmung ist unmittelbar auch ein Cashflow-Zyklus verbunden. Dieser ist typischerweise durch eine zeitliche Inkongruenz von Ein- und Auszahlungen charakterisiert, da die Beschaffung von Inputs prinzipiell vor dem Vertrieb erfolgt. Die Sicherstellung der jederzeitigen Liquidität bei nicht synchronisierten Zahlungsströmen wird somit zur zentralen Voraussetzung für die Existenz einer Unternehmung überhaupt. Angesichts der hohen Liquiditätsbestände, die von grösseren Unternehmungen in den Bilanzen ausgewiesen werden, drängt sich bei der Bewirtschaftung eine stärkere Rendite-Orientierung immer mehr auf. Die kurzfristige Steuerung der Liquidität spielt sich somit im Spannungsfeld von Liquiditäts- und Renditeziel ab. Quantitative Optimierungstools ermöglichen sowohl die Unsicherheit in der Zins- und Cashflow-Entwicklung als auch die Dynamik des Entscheidungsprozesses zu berücksichtigen und unterstützen somit die Entscheidungsträger bei der operativen Steuerung der Liquidität. Grössere Unternehmungen und insbesondere Finanzintermediäre verfügen in der Regel über stark ausgebaute Finanzabteilungen, welche sich nicht auf die kurzfristige Steuerung der Liquidität beschränken, sondern die verfügbaren Mittel längerfristig im Rahmen einer *Asset Allocation* bewirtschaften. Die Verzahnung des Cash-Managements mit dieser längerfristigen *Asset Allocation* stellt eine grosse Herausforderung für diese Unternehmungen dar. Die Geldflüsse aus dem Finanzgeschäft übersteigen in der Regel jene des operativen Geschäfts um ein Vielfaches und führen zu grossen Schwankungen in der Liquiditätshaltung. Die Interaktionen zwischen dem Cash-Management und der Asset-Allocation gilt es also in der Umsetzung zu berücksichtigen. Insbesondere sind die taktischen und strategischen Investitionsvorgaben mit der tatsächlichen Cashflowentwicklung abzugleichen und die verfügbaren Mittel in Abhängigkeit der situativen Liquidität zur Investition freizuschalten, womit das Cash-Management nachhaltig zu einer Wertsteigerung beiträgt.

Asset Allocation: Die längerfristige Bewirtschaftung überschüssiger Mittel wird als *Asset Allocation* bezeichnet. Sie stellt für institutionelle Investoren wie Banken, Versicherungen, Pensionskassen oder Fonds-Gesellschaften ein Kerngeschäft dar. Die Bedeutung der Finanzgewinne für das Gesamtergebnis einer Unternehmung unterstreichen die mit der Bewirtschaftung liquider Mittel verbundenen Chancen und Risiken. Gerade in Zeiten turbulenter Finanzmärkte kommt der Strategiebestimmung eine herausragende Bedeutung zu. Es gilt, eine der Risikofähigkeit angepasste Allokation zu verabschieden und die dabei unterstellten Prämissen periodisch zu überprüfen. Wissenschaftliche Untersuchungen belegen, dass die Performance längerfristig angelegter Mittel primär durch die Allokationsentscheidung auf Indexbasis bestimmt wird. Gestützt auf diesen Erkenntnis ist die optimale Diversifikation in verschiedene Asset Kategorien zeit- und marktabhängig zu bestimmen, wobei Rebalancierungsmassnahmen und damit verbundene Transaktionskosten, stochastische Volatilitäten und Korrelationen der Renditen sowie zukünftige Cash-flow bzw. *Liquidity*strukturen bei der Entscheidungsfindung mit einzubeziehen sind.

Bewirtschaftung variabler Bankprodukte: Die Bilanz einer Bank besteht in der Regel zu einem grossen Teil aus Einlagen und Ausleihungen ohne vertraglich festgelegte Laufzeit. Hierzu gehören vor allem Spargelder, Sichteinlagen und konventionelle Hypotheken. Charakteristisch für diese „variablen Bankprodukte“ ist, dass die Bank den Kundensatz jederzeit (zumindest teilweise) an das aktuelle Marktzinsniveau anpassen kann. Andererseits können Einlagen jederzeit abgezogen bzw. Hypotheken zurückgezahlt werden, was die Bewirtschaftung und das Risikomanagement dieser Produkte für die Bank erschwert. Die Kunden reagieren in der Regel auf Zinsänderungen und ersetzen beispielsweise ihre konventionellen Hypotheken während einer Niedrigzinsphase durch Festhypotheken. Analog werden in Zeiten hoher Renditen Spargelder in langfristige Obligationsanlagen umgeschichtet. Dies führt zu erheblichen Schwankungen des Volumens, was ihre Bewirtschaftung durch die Bank erheblich erschwert. Während also aufgrund der den Kunden eingeräumten Rückzugsoptionen die zukünftig zu bewirtschaftenden Volumina aus Sicht der Bank unsicher sind, muss sie ihrerseits die variablen Einlagen und Hypotheken am Markt mittels Instrumenten mit fester Laufzeit anlegen bzw. refinanzieren. Mit anderen Worten, die variablen Positionen werden in einen „Mix“ aus festen Laufzeiten transformiert. Am weitesten verbreitet ist hierzu der Ansatz der „replizierenden Portfolios“. Dieser bestimmt eine Gewichtung für die Mittelanlage und –aufnahme in unterschiedlichen Fristigkeiten, so dass sich das resultierende Portfolio in der Vergangenheit hinsichtlich Verzinsung und Volumen ähnlich wie die betrachtete Bilanzposition entwickelt. Der so festgelegte Mix ist statisch in dem Sinne, dass die Gewichte üblicherweise über einen längeren Zeitraum konstant gehalten werden, und zwar unabhängig von der jeweils vorherrschenden Marktsituation. Es muss jedoch kritisch hinterfragt werden, ob die Anlage- oder Refinanzierungspolitik nicht besser dynamisch ermittelt werden sollte, d.h. in Abhängigkeit der aktuellen Zinskurve und des Volumens hinsichtlich ihrer zukünftigen Entwicklung. Hinzu kommt, dass die aus der Historie geschätzten Laufzeitenanteile der statischen replizierenden Portfolios in der Regel extrem sensitiv hinsichtlich des zugrunde liegenden Beobachtungszeitraumes sind. Mit Hilfe analytischer Optimierungstools lassen sich die unsicheren Volumina in ein dynamisches Portfolio aus festen Laufzeiten transformieren, welches den inhärenten Zins- und Liquiditätsrisiken Rechnung trägt. Die Optimierung basiert in der Regel auf repräsentativen Szenarios für die Entwicklung der zukünftigen Zinsen und des Volumens, wobei auch die Auswirkungen späterer Rebalancierungsentscheide auf die heute umzusetzende Politik berücksichtigt werden. Vor allem wird der statistische Zusammenhang zwischen Zinsen und Volumen, der ja gerade bei variablen Positionen zu beobachten ist, explizit modelliert. Zins- und Liquiditätsrisiken werden somit besser erfasst als im statischen Ansatz. Wissenschaftliche Untersuchungen zeigen, dass die dynamischen Politiken zu einer deutlichen Ausweitung der Margen bei geringerer Volatilität führen.

Anwendungen in der Energiewirtschaft

Jahresplanung: Das Ziel der Jahresplanung besteht darin, optimale Erzeugungsmengen je Kraftwerk für die kommende Woche zu bestimmen. Dabei fliessen unsichere mittel- bis langfristige Entwicklungen von Preisen, Regenfällen, Energiebedarf etc. in die Entscheidungsfindung mit ein. Die mittelfristige Planung des Einsatzes von Wasser als Energiequelle hing bislang stark von Zeitpunkt und Ausmass der Regenfälle als wichtige unsichere Einflussgrösse ab. Andere schwer vorherzusagende Komponenten sind im freien Markt hinzugekommen, allen voran die Preise der Energie, die an Spotmärkten gehandelt wird, aber auch der Bedarf oder die Importe aus Nachbarländern. Eine Reihe von wissenschaftlichen Studien haben gezeigt, dass gerade die unsichere Preisentwicklung und deren mittel- bis langfristige dynamische Strukturen massgeblich das Ergebnis eines Energieproduzenten im liberalisierten Markt beeinflussen. Der Planungshorizont erstreckt sich über bis zu zwei Jahre und ist in unterschiedlich lange Perioden unterteilt. In jeder dieser Perioden gilt es das gesamte Energieversorgungssystem eines Staates mit allen Erzeugungseinheiten, Leitungen und Netzknoten zu modellieren. Die einzelnen Perioden sind einerseits durch die über den Planungshorizont hinweg aufgebrauchten Wasserressourcen, andererseits durch Energiediefer- oder Bezugsverträge miteinander zu verknüpfen.

Eine möglichst realitätsnahe Abbildung des technischen Systems der Energieversorgung ist mit linearen Modellen nur schwer durchführbar. Viele technische Eigenschaften sind nämlich nichtlinearer Natur, wie etwa die Abhängigkeit der Erzeugungsleistung vom Speicherfüllstand, die Abhängigkeit der Netzverluste von der Übertragungsleistung oder der Brennstoffverbrauch thermischer Anlagen über der Erzeugungsleistung. Energieproduzenten sind also auf quantitative Optimierungs-Tools angewiesen, die speziell zur Planung des Kraftwerkeinsatzes in liberalisierten Märkten entwickelt werden.

Offer-Preise in Strommärkten: Der day-ahead Handel in Spotmärkten hat sich für zahlreiche Energieversorger zu einer täglich zu lösenden Aufgabe entwickelt. Sie darf im Rahmen eines mittelfristigen Gesamtoptimierungskonzeptes nicht unabhängig betrachtet werden. Die Erstellung von Angebotskurven wird in diesem Zusammenhang als Mittel der flexiblen Eigenerzeugung hinsichtlich (unsicherer) Marktgleichgewichte am Folgetag betrachtet. Unabhängig vom zugrundegelegten Bewertungsansatz der eigenen Erträge und Kosten sind mittels Optimierungstools szenariobasiert entsprechende Angebotsstrategien zu berechnen. Darauf aufgesetzte Analysen und Simulationen bestimmen für geeignete Szenariovariationen die Sensitivität der Eigenerzeugung hinsichtlich unterschiedlicher Marktgleichgewichte. Damit wird auch dem Konsistenzgedanken im Gesamtoptimierungskonzept voll Rechnung

getragen. Effiziente Nutzung der Struktureigenschaften in den quantitativen Tools reduzieren den Zeitaufwand zur Lösung des Problems erheblich.

Bewertung von Energiederivaten: Eine Swing-Option im Elektrizitätsmarkt ist ein hochkomplexes Energiederivat, welches nicht als Portfolio von einfacheren Verträgen (wie zum Beispiel Forwards und Europäischen Call-Optionen) dargestellt werden kann. Eine Swing-Option gibt dem Optionshalter das Recht, während eines bestimmten Zeitintervalls zu einem vertraglich festgelegten Preis und bis zu einer fixierten Obergrenze Energie zu kaufen. Oftmals verpflichtet sich der Optionshalter, in der vereinbarten Lieferperiode eine gewisse Mindestmenge zu beziehen. Zusätzlich gibt es Ober- und Untergrenzen der Last (elektrische Leistung), die zu jedem Zeitpunkt konsumiert werden darf beziehungsweise muss. Je nachdem ob die Rechte oder die Pflichten aus der Swing-Option überwiegen, wird der Preis des Vertrages positiv oder negativ ausfallen. Swing-Optionen sind handelsübliche Energielieferverträge, die ausserbörslich (OTC) gehandelt werden und sich zum Hedging von Preisrisiken und Lastschwankungen eignen. Eine Swing-Option bietet die Flexibilität, sowohl die Bezugsmenge über die Lieferperiode als auch die Zeit des Konsums innerhalb gewisser Grenzen frei zu wählen. In der Praxis benützt der Optionshalter diese Flexibilität nicht immer dazu, um den Wert der Option zu maximieren, da er oftmals nicht in der Lage ist, seinen Energiekonsum zu kontrollieren. Ein professioneller Händler könnte jedoch unter Umständen über die Swing-Option Energie zu dem vertraglich festgelegten Strikepreis beziehen und anschliessend auf dem Spotmarkt teurer verkaufen. Offenbar entspricht der faire Wert der Option deshalb dem maximalen erwarteten Gewinn, den ein Energiehändler durch die Wahl der optimalen Ausübungsstrategie und mittels geeigneter Spotmarkttransaktionen erwirtschaften kann. Der natürliche Ansatz zur Bewertung einer Swing-Option erfordert demnach die Lösung eines Optimierungsproblems aus der Perspektive des Optionshalters. Als Input benötigt solch ein Bewertungstool sämtliche Vertragsspezifikationen wie zum Beispiel die Start- und Enddaten der Lieferperiode, die Strikepreise und die Grenzen der zulässigen Bezugsmenge. Zusätzlich wird ein geeigneter Spotpreisprozess vorgegeben, der die charakteristischen Eigenschaften von Elektrizitätspreisen (Saisonalitäten, Mean-Reversion, etc.) widerspiegelt. Als Output liefert das Tool unter anderem den Wert der Option, die optimale Ausübungsstrategie und die tatsächliche Gewinnverteilung am Ende der Lieferperiode.

Anwendungen in der Industrie

Bewirtschaftung von Warenkrediten: Durch den steigenden Wettbewerb in allen Branchen nutzen Unternehmen neben den absatzpolitischen Instrumenten der Produktgestaltung, Preispolitik und Werbung vermehrt den Warenkredit, um ihren Umsatz zu fördern. Typischerweise handelt es sich dabei um Kredite mit einer sehr kurzen Laufzeit von 10, 20 oder 30 Tagen, die primär der Absatzförderung sowie der effizienten Geschäftsabwicklung dienen. Dem Warenkredit kommt eine wichtige Finanzierungsfunktion zu. Die Abnehmer verlangen nämlich vermehrt grosszügige Zahlungskonditionen, welche die Lieferanten angesichts der wachsenden Käufermärkte gewähren, um die Geschäftsbeziehungen zu erhalten. Die neuen Eigenkapitalregelungen für Banken im Rahmen von *Basel II* dürften die volkswirtschaftliche Bedeutung von Warenkrediten noch erhöhen. Die zu erwartenden Veränderungen in der Praxis der Geschäftsbanken bei der Kreditvergabe werden sich auch im Nicht-Banken-Bereich niederschlagen. Während das Management der Kreditrisiken bei Banken auf grosses wissenschaftliches und praktisches Interesse stösst, wird die analoge Problemstellung im Nicht-Banken-Bereich noch sehr rudimentär angegangen. Weil sich Warenkredite wesentlich von den klassischen Bankenkrediten durch ihre geschäftsfördernde Dimension, ihre Kurzfristigkeit sowie durch die dürftigere Informationsbasis über den Kunden unterscheiden, lassen sich die im Rahmen des Kreditrisiko-Managements der Banken entwickelten Konzepte nicht einfach übertragen. Es gilt viel eher, die Bewirtschaftung der Kreditlimiten im Nicht-Banken-Bereich als spezifische Problemstellung zu definieren und gestützt auf Optimierungs- und Simulationstools neuartige Vorgehensweisen zu konzipieren.

Logistik: Logistische Problemstellungen von Unternehmen aus den Bereichen Industrie, Handel und Dienstleistungen erfordern effizientes Netzwerkmanagement und die Bestimmung optimaler Logistikstrategien. Quantitative Modelle helfen dabei Potentiale und Handlungsmöglichkeiten aufzuzeigen, Gestaltungs-, Betriebs- und Dispositionsstrategien zu bewerten und deren Leistungsfähigkeit kostenmässig zu quantifizieren. Mit Hilfe von Simulationsmodellen lassen sich für unterschiedliche Parameterkonstellationen und zufallsgenerierte Frachtströme Modellexperimente durchführen, woraus Aussagen über die Mittelwerte und Streuungen der Kosten, Auslastungen, Laufzeiten und Staueffekte resultieren. Offen bleibt bei reinen Simulationsansätzen jedoch, ob das zugrundeliegende System optimal dimensioniert ist, oder ob sich die Leistungsanforderungen nicht mit einem anders strukturierten Netz und anderen Strategien kostengünstiger erfüllen lassen. Hierzu dienen quantitative Optimierungstools, die den strukturellen Aufbau und die funktionalen Zusammenhänge zwischen den Leistungsanforderungen, den Struktur- und Systemparametern, den Strategievariablen und den Zielgrössen konsistent abbilden.

Zum Verständnis der nachfolgenden Ausführungen werden keine tiefgehenden mathematische oder statistische Kenntnisse vorausgesetzt. Die formale Behandlung von Optimierungsalgorithmen und Simulationsverfahren würde den Rahmen dieses Lehrbuches deutlich sprengen, so dass der interessierte Leser auf spezialisierte Literatur

verwiesen wird. Dieses Kapitel beschränkt sich sodann auf eine Beschreibung verschiedener Entscheidungssituationen mit konkreten Anwendungsbeispielen aus der Praxis.

2 Optimierung als inhärente Aufgabe des Managements

Versteht man nun gestützt auf obige Anwendungsfelder die Unternehmung als Transformationsprozess, bei dem Ressourcen zu Produkten veredelt werden,¹ so steht das Management vor der permanenten Herausforderung, einerseits die Effektivität andererseits die Effizienz der Prozesse zu verbessern. Die Höhe der Wertschöpfung einzelner Geschäftsprozesse und somit die Wettbewerbsfähigkeit der Unternehmung als Ganzes hängt nämlich wesentlich von der Fähigkeit des Managements ab, die „bestmöglichen“ Entscheidungen zu treffen und diese anschliessend „bestmöglich“ umzusetzen. Optimierung stellt in diesem Sinne eine inhärente Aufgabe des Managements dar und begleitet sämtliche Prozesse sowie Teilprozesse einer Unternehmung.

Des Weiteren wurde bereits in Kapitel (→ FI 3.2.6 Management finanzieller Risiken) darauf hingewiesen, dass eine erfolgreiche Unternehmensentwicklung immer und nur im Spannungsfeld von Stabilität und Veränderung bzw. von Optimierung und Erneuerung stattfindet.² Management im Sinne der Führung bzw. Lenkung von sozialen Systemen ist somit wesentlich mit der Dynamik von Entscheidungen konfrontiert, wobei mit der Zeitkomponenten unmittelbar auch die Unsicherheit bzgl. der zukünftigen Entwicklung verbunden ist. Angesichts der Komplexität realer Entscheidungssituationen und der begrenzten menschlichen Intuition erweisen sich quantitative Optimierungsverfahren in vielen Gebieten als unverzichtbare Werkzeuge eines verantwortungsvollen Managements. In diesem Beitrag wollen wir uns auf zwei wichtige methodische Teilgebiete der *Management Science* konzentrieren, nämlich auf die Methoden der Optimierungslehre sowie die Simulationsverfahren.

3 Optimierungslehre und Simulation

Die unter den Begriff *Optimierungslehre* fallenden Modelle zeichnen sich dadurch aus, dass sie eine analytische Behandlung erlauben. Mittels des Einsatzes von mathematischen Methoden (Algorithmen, Heuristiken o.ä.) können also für die betrachteten Problemstellungen entsprechende Lösungen analytisch bestimmt werden. Die Stärke der Methoden der Optimierungslehre besteht darin, dass der Entscheidungsträger eine eindeutige Lösung für sein Entscheidungsproblem erhält. Andererseits muss er aber in der Lage sein, das Entscheidungsproblem adäquat zu formulieren, d.h. in eine Form zu bringen, die mathematisch lösbar ist. Wir führen somit folgende Definition ein:

Unter Optimierung ist die analytische Bestimmung einer Lösung für ein mathematisch formuliertes Entscheidungsproblem zu verstehen.

Bei vielen Fragestellungen aus der Praxis sieht man sich jedoch mit hoch-komplexen Systemen konfrontiert. Abhängig von der Interaktion der relevanten Systemkomponenten, des für notwendig erachteten Detaillierungsgrades und einer allfälligen unsicheren Zukunft, ist die korrekte Anwendung analytischer Verfahren nicht immer möglich bzw. sinnvoll. Denn vielfach lassen sich komplexe Systeme nur dann mittels analytischer Verfahren behandeln, wenn eine stark vereinfachte Abbildung der Systemstrukturen vorgenommen oder vereinfachende Annahmen über z.B. Wahrscheinlichkeiten und Unabhängigkeiten getroffen werden. Ein solches Vorgehen erhöht klarerweise das Modellrisiko erheblich – in dem Sinne, dass Modell und Realität `weit` auseinanderliegen – und bringt die Gefahr inadäquater Ergebnisse mit sich.

In diesen Fällen bietet sich daher vielmehr der Einsatz der *Simulation* an, deren Methodik wie folgt definiert werden kann (VDI [5]):

Simulation ist die Nachbildung eines Systems mit seinen dynamischen Prozessen in einem Modell, um zu Erkenntnissen zu gelangen, die auf die Wirklichkeit übertragbar sind.

Durch eine hinreichend genaue Abbildung des Original-Systems in einem Simulationsmodell lässt sich das Verhalten des realen, dynamischen Systems im Modell nachvollziehen, und innerhalb gewisser Grenzen können Rückschlüsse auf das Verhalten des Originals gezogen werden. Der Anwender führt Experimente am Simulationsmodell durch, um vorher definierte, aussagekräftige Kennzahlen zu gewinnen. Ein Simulationsexperiment besteht aus einem oder mehreren Simulationsläufen, wobei in jedem Simulationslauf das dynamische Modellverhalten unter vorher festgelegten Bedingungen generiert wird. Die bestimmten Kennzahlen helfen dem Anwender, eine gegebene Betriebskonstellation qualifiziert zu beurteilen. Solche Konstellationen umfassen die Gesamtheit der modellierten Systemobjekte inklusive ihrer Ausgestaltung, Aktionen und Interaktionen bzw. konkret am Beispiel einer

¹ In vielen Dienstleistungsunternehmen insbesondere des Finanzsektors besteht die eigentliche unternehmerische Leistung in einer Informationstransformation bzw. Informationsproduktion. Unter den Begriff „Ressource“ sind somit durchaus auch immaterielle Informationen zu subsumieren.

² Es sei darauf hingewiesen, dass sich Optimierung und Erneuerung keineswegs gegenseitig ausschliessen. Optimierungsprozesse führen unmittelbar zu einem Unternehmenswandel, der durchaus in grundlegende Veränderungen münden kann.

produzierenden Unternehmung: die beweglichen und unbeweglichen Betriebsmittel, Arbeitsabläufe, Entscheidungsregeln, Fahrtrouten, Personalstärke/-qualifikation, Arbeitszeitmodelle etc.

Die wesentlichen Vorteile der Simulation gegenüber den Modellen und Methoden der Optimierungslehre können wie folgt zusammenfasst werden:

- Komplexe Systeme lassen sich ohne starke Vereinfachungen untersuchen.
- Das Simulationsmodell kann mit einem höheren Grad an Realitätsnähe versehen werden, ohne die unsichere Zukunft mittels Annahmen übermäßig zu simplifizieren.
- Simulation erlaubt das Verfolgen der zeitlichen Entwicklung des Systemzustandes, einhergehend mit der Möglichkeit einer schrittweisen visuellen Darstellung bis hin zur Animation.
- Der Einsatz von Simulation verlangt vom Anwender weniger formalmathematische Kenntnisse als die Verwendung analytischer Verfahren.

Diesen Vorteilen stehen allerdings auch diverse Nachteile entgegen:

- Im Gegensatz zu den analytischen Verfahren kann eine Simulation aus sich heraus kein Optimum liefern.
- Der Entwicklungsaufwand für Simulationsmodelle ist i.a. höher als für analytische Modelle.
- Simulation erfordert i.d.R. mehr Rechenzeit und Speicherplatz als analytische Verfahren.

Insbesondere der erstgenannte Nachteil macht die Stärke der Optimierungslehre für viele Fragestellungen deutlich: *Theoretisch optimale* Lösungen lassen sich nur mit analytischen Verfahren ermitteln. Zum Beispiel bei sog. Grüne Wiese-Fragestellungen ist daher der Einsatz analytischer Verfahren unerlässlich.

Mit einer Simulation lässt sich hingegen stets nur das konkret nachgebildete System über den simulierten Zeitablauf hinweg untersuchen. Da klarerweise nicht für alle der meistens sehr vielen (wenn nicht sogar unendlich vielen) Handlungsmöglichkeiten des Entscheiders in Simulationsläufen die entsprechenden Konsequenzen durchgespielt werden können, gestaltet sich der Beweis unmöglich, eine spezielle Konstellation als optimal zu belegen.

Durch die höhere Realitätsnähe stellen Simulationen aber ein geeignetes Mittel dar, um etwa die Planungssicherheit zu erhöhen: Über einen längeren Simulationszeitraum hinweg kann das Systemverhalten für unterschiedliche System-Konfigurationen oder Betriebsstrategien untersucht und Engpässe oder Spielräume erkannt werden. Eine geeignete Analyse der Simulationsergebnisse stellt somit eine fundierte Informationsbasis bereit und kann die Bewältigung von Planungsaufgaben erheblich erleichtern.

4 Optimierungslehre: Typologisierung und ausgewählte Einsatzgebiete

In Abschnitt 3 wurde bereits darauf hingewiesen, dass sich die Modelle der klassischen Optimierungslehre durch ihre analytische Lösbarkeit charakterisieren lassen und dass diese analytische Lösbarkeit gewisse Anforderungen an die Formulierung des Entscheidungsmodells stellt. Die Verfahren der Optimierungslehre können in verschiedenen Teilgebiete unterteilt werden, wie z.B.:

- Lineare Optimierung
- Nichtlineare Optimierung
- Dynamische Optimierung
- Stochastische Optimierung
- Ganzzahlige Optimierung
- Netzwerkoptimierung
- Kombinatorische Optimierung
- Graphentheorie
- Spieltheorie

Diese verschiedenen methodischen Teilgebiete der Optimierungslehre können als *Problemklassen* verstanden werden. Ein konkretes Entscheidungsproblem stellt dann eine *Probleminstanz* dar, die mittels geeigneter mathematischer Verfahren gelöst werden kann. Eine vollständige Beschreibung der verschiedenen methodischen Teilgebiete der Optimierungslehre würden den hier gesteckten Rahmen eindeutig sprengen. Wir werden im Folgenden die linearen, nichtlinearen und stochastischen Optimierungsprobleme in der geeigneten Kürze charakterisieren und den Mehrwert anhand von konkreten Praxisanwendungen aufzeigen.

Es muss betont werden, dass die Klassifizierung von Optimierungsproblemen nicht zwangsläufig zu *disjunkten* Klassen führt. Klarerweise ist die Klasse der linearen Optimierungsprobleme ein Spezialfall innerhalb der Klasse der nichtlinearen Optimierungsprobleme. Bei den deterministischen versus den stochastischen Optimierungsproblemen verhält es sich ähnlich, wenn auch weniger offensichtlich: Ein deterministisches Optimierungsproblem könnte man

durchaus lediglich als Spezialfall eines stochastischen Optimierungsproblems betrachten, nämlich als stochastisches Optimierungsproblem bei dem die Zufälligkeiten einer E-in-Punkt-Verteilung unterliegen. Handelt es sich bei einem Optimierungsproblem um ein kombinatorisches Optimierungsproblem mit Netzwerk-Repräsentation, so wird deutlich, dass keine klaren Grenzen vorliegen. Die Motivation für die Unterteilung der Optimierungslehre in obige Teilgebiete liegt also primär in algorithmischen Aspekten, die auf eine effiziente Bewältigung der strukturellen Rahmenbedingungen (wie z.B. Nichtlinearität, Dynamik, Stochastik, Kombinatorik, Netzwerktopologie) ausgerichtet sind.

Es sei darauf hingewiesen, dass die nachfolgenden Praxisbeispiele nicht das gesamte Spektrum realwirtschaftlicher Problemstellungen illustrieren können, welche innerhalb der Optimierungslehre abgedeckt werden. Nimmt man eine Einteilung nach Anwendungsgebieten vor, so werden die Methoden der Optimierungslehre in der Produktionsplanung, Investitionsplanung, Personaleinsatzplanung, bei Transport- und Versorgungsproblemen, Lagerhaltungsproblemen, für die Preisgestaltung und viele andere eingesetzt. In diesem Beitrag werden Anwendungsbeispiele aus der Produktionsplanung sowie aus der Finanz- und Energiewirtschaft diskutiert.

4.1 „Einfache“ lineare Optimierungsprobleme

Für die Einführung in das Teilgebiet der linearen Optimierung verwenden wir ein einfaches, konkretes Anwendungsbeispiel. Dies erleichtert das Verständnis sowohl der nötigen Terminologie als auch der anschliessend vorgestellten allgemeinen Formulierung des sog. *Standardproblems der linearen Optimierung*.

4.1.1 Anwendungsbeispiel: Eigenproduktion versus Zukauf

Wir betrachten einen produzierenden Betrieb, welcher vor der Fragestellung steht, ein zur Endproduktion benötigtes Zwischenprodukt selber herzustellen oder einzukaufen. Die beteiligten Abteilungsleiter treffen sich daher zu einem Informationsaustausch, um auf dieser Basis eine Entscheidung zu fällen:

- Verkaufsleiter: „Wir benötigen mindestens 750 Einheiten, um unseren Lieferverpflichtungen beim Endprodukt nachzukommen.“
- Produktionsleiter: „Unsere eigene Produktionskapazität reicht nur für 400 Einheiten; die Produktionskosten betragen 70 CHF pro Einheit.“
- Einkaufsleiter: „Bei Zukauf von unserem Vertragslieferant kostet uns eine Einheit 95 CHF.“
- Leiter der Qualitätssicherung: „Ein ähnliches Produkt haben wir schon einmal zugekauft. Bei der Weiterverarbeitung sind ca. 5% beschädigt worden, da unsere Maschinen manchmal Probleme mit der etwas anderen Materialbeschaffenheit haben. Ich schätze auch jetzt den Ausschuss auf 5 % der zugekauften Menge.“
- Leiter des Zwischenlagers: „Wenn wir selber produzieren, brauche ich pro Einheit insgesamt ca. 0.6 Quadratmeter Lagerfläche, zur Zeit habe ich aber nur 300 Quadratmeter frei. Zugekaufte Einheiten könnte ich hingegen auf 0.2 Quadratmeter pro Einheit unterbringen. Intern verrechnen wir einen Quadratmeter mit Lagerkosten von 10 CHF.“

Auf welche Weise können die obigen Informationen nun verdichtet und in einen geeigneten Formalismus gebracht werden, um letztendlich zu einer guten Entscheidung zu gelangen? In den folgenden Überlegungen werden wir daher obige – bisher lediglich verbal formulierte – Fragestellung sukzessive in ein formales Modell überführen, welches den Anforderungen für die analytische Ermittlung einer optimalen Lösung genügt.

Zu entscheiden ist über die Höhe des Zukaufs bzw. der Eigenproduktion; diese Grössen stellen daher die wesentlichen *Entscheidungsvariablen* dar:

X_{Kauf} : Anzahl zugekaufter Einheiten
 X_{Eigen} : Anzahl selbst produzierter Einheiten

Beide Handlungsmöglichkeiten, d.h. Zukauf oder Eigenproduktion, sind mit Kosten verbunden, so dass die zu optimierende Zielgrösse sinnvollerweise durch die zu minimierenden Gesamtkosten gegeben ist. Fasst man die Information über Produktions-, Einkaufs- und Lagerkosten zusammen, so erhält man die *Kostenkoeffizienten* $C_{\text{Kauf}} = 97$ bzw. $C_{\text{Eigen}} = 76$ CHF für eine Einheit X_{Kauf} bzw. X_{Eigen} . Die möglichst gering zu haltenden Gesamtkosten lassen sich hiermit formal darstellen als eine zu minimierende *Zielfunktion* F in Abhängigkeit von zwei Variablen

$$\begin{aligned} &\text{Minimiere } F(X_{\text{Kauf}}, X_{\text{Eigen}}) \quad \text{mit} \\ &F(X_{\text{Kauf}}, X_{\text{Eigen}}) := C_{\text{Kauf}} * X_{\text{Kauf}} + C_{\text{Eigen}} * X_{\text{Eigen}} = 97 * X_{\text{Kauf}} + 76 * X_{\text{Eigen}} \end{aligned}$$

Bisher unberücksichtigt blieben jedoch alle weiteren Information, welche unsere Handlungsmöglichkeiten einschränken. Diese Informationen werden nun in *Restriktionen* formal abgebildet.

Die Lieferverpflichtung über 750 Einheiten und der 5%-ige Ausschuss bei der Weiterverarbeitung der zugekauften Menge lassen sich formal wie folgt darstellen:

$$0.95 * X_{\text{Kauf}} + X_{\text{Eigen}} \geq 750$$

Obige Ungleichung lässt sich problemlos in eine Gleichung überführen durch die Einführung einer sog. Schlupfvariable X_{Surplus} :

$$0.95 * X_{\text{Kauf}} + X_{\text{Eigen}} - X_{\text{Surplus}} = 750$$

Die Schlupfvariable X_{Surplus} misst also die überschüssige Menge, welche nach der Erfüllung der Lieferverpflichtung noch übrig ist. Hierbei darf die Schlupfvariable keine negativen Werte annehmen, da sonst die Lieferverpflichtung nicht erfüllt wird.

Die beschränkten Kapazitäten bei der Eigenproduktion bzw. des Zwischenlagers werden wie folgt formuliert:

$$X_{\text{Eigen}} \leq 400 \quad \text{bzw.}$$

$$X_{\text{Eigen}} + X_{\text{Prod-Kap}} = 400$$

sowie

$$0.2 * X_{\text{Kauf}} + 0.4 * X_{\text{Eigen}} \leq 300 \quad \text{bzw.}$$

$$0.2 * X_{\text{Kauf}} + 0.6 * X_{\text{Eigen}} + X_{\text{Lager}} = 300,$$

wobei die Schlupfvariable $X_{\text{Prod-Kap}}$ die restlich verfügbare Produktionskapazität und die Schlupfvariable X_{Lager} die nicht ausgenutzte, freie Lagerkapazität angeben. Beide bisher eingeführten Schlupfvariablen sind kostenneutral für unsere Zielfunktion $\mathbf{F}$, so dass wir obige Formulierung „Minimiere $\mathbf{F}$...“ unverändert beibehalten können.

Der Vollständigkeit halber nehmen wir noch die sinnvolle Bedingung auf, dass sowohl die zugekaufte Menge X_{Kauf} als auch die selbst produzierte Menge X_{Eigen} nicht negativ sein darf; für die Schlupfvariablen fordern wir dieselbe Eigenschaft:

$$X_{\text{Kauf}} \geq 0, X_{\text{Eigen}} \geq 0, X_{\text{Surplus}} \geq 0, X_{\text{Prod-Kap}} \geq 0, X_{\text{Lager}} \geq 0$$

Zusammengefasst lässt sich unsere Optimierungsaufgabe dann wie folgt schreiben:³

Minimiere $\mathbf{F}(X_{\text{Kauf}}, X_{\text{Eigen}}) := 97 * X_{\text{Kauf}} + 76 * X_{\text{Eigen}}$ u.d.N. $0.95 * X_{\text{Kauf}} + X_{\text{Eigen}} - X_{\text{Surplus}} = 750$ $X_{\text{Eigen}} + X_{\text{Prod-Kap}} = 400$ $0.2 * X_{\text{Kauf}} + 0.6 * X_{\text{Eigen}} + X_{\text{Lager}} = 300$ $X_{\text{Kauf}} \geq 0, X_{\text{Eigen}} \geq 0, X_{\text{Surplus}} \geq 0, X_{\text{Prod-Kap}} \geq 0, X_{\text{Lager}} \geq 0$
--

4.1.2 Allgemeine Formulierung des Standardproblems

Obiges eingerahmte Beispiel stellt eine konkrete Probleminstanz des Standardproblems der linearen Optimierung dar. In allgemeiner Form hat das Standardproblem⁴ die Gestalt

Minimiere $\mathbf{F}(X_1, \dots, X_n) := C_1 * X_1 + \dots + C_n * X_n$ u.d.N. $A_{11} * X_1 + \dots + A_{1n} * X_n = b_1$ $\quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow$ $A_{m1} * X_1 + \dots + A_{mn} * X_n = b_m$ $X_1 \geq 0, \dots, X_n \geq 0$

mit $\mathbf{n}$ nicht-negativen Entscheidungsvariablen und $\mathbf{m}$ Nebenbedingungen.

³ Im Folgenden steht „u.d.N.“ kurz für „unter den Nebenbedingungen“.

⁴ Jedes lineare Optimierungsproblem lässt sich in das Standardproblem überführen.

Es sei betont, dass die Formulierung als Minimierungs-Problem keine Beschränkung der Allgemeinheit darstellt: Maximierungs-Probleme lassen sich nämlich unmittelbar in die Standardform überführen, indem statt der ursprünglich zu maximierenden Funktion $\hat{F}$ die Zielfunktion $\mathbf{F} := -\hat{F}$ minimiert wird.

4.1.3 Lösung mittels grafischer oder algorithmischer Verfahren

Lineare Optimierungsprobleme mit höchstens zwei Entscheidungsvariablen und nicht übermässig vielen Nebenbedingungen können auf eine relativ einfache Weise gelöst werden, indem man die formale Optimierungsaufgabe in eine zweidimensionale Grafik überträgt.

Wandelt man für das in Abschnitt 4.1.1 beschriebene Beispiel die dortigen Nebenbedingungen in einfache Geradengleichungen um, so lässt sich die Entscheidungssituation grafisch darstellen (siehe Abbildung 1).

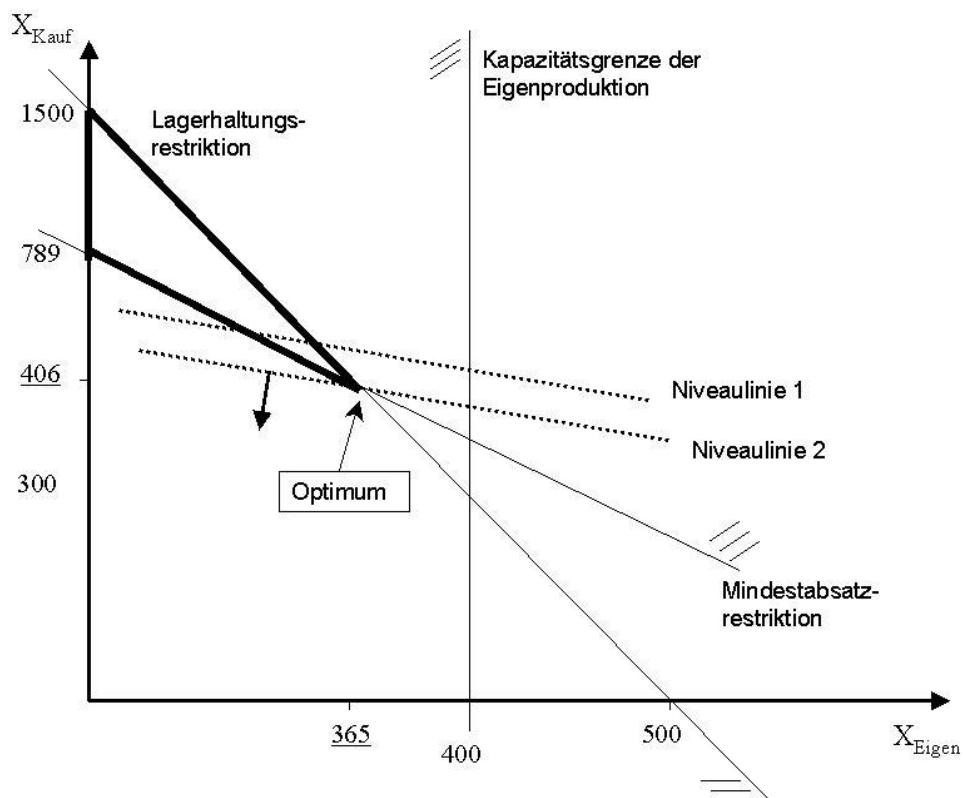


Abbildung 1: Grafische Lösung bei zwei Entscheidungsvariablen

Zulässig sind somit alle Kombinationen von X_{Eigen} und X_{Kauf} , die sich innerhalb oder auf dem Rand des fett eingezeichneten Vierecks befinden (*Zulässigkeitsbereich*). Von all diesen zulässigen Kombinationen ist nun eine solche zu finden, bei welcher der Zielfunktionswert $\mathbf{F}(X_{\text{Kauf}}, X_{\text{Eigen}})$ minimal wird. Bei dieser Aufgabe kommt uns die Struktur der Zielfunktion zu Hilfe, denn aufgrund ihrer linearen Struktur sind die sog. *Niveaulinien* (Menge aller Punkte, die denselben Zielfunktionswert aufweisen) durch Geraden im Entscheidungsraum gegeben. In der Grafik sind zwei exemplarische Niveaulinien eingezeichnet. Der senkrecht auf Niveaulinie 2 stehende Pfeil gibt hierbei die Richtung an, in der sich das Niveau – und somit gleichzeitig der Zielfunktionswert – am meisten reduziert. Wie man unschwer per Augenschein erkennt, stellt die rechte untere Ecke des Zulässigkeitsbereiches die optimale Lösung dar: Denn man kann keine tiefere Niveaulinie als Niveaulinie 2 erreichen, ohne den Zulässigkeitsbereich zu verlassen. Daher ist die optimale Lösung insgesamt gegeben durch einen Zukauf von $X_{\text{Kauf}} = 406$ Einheiten und eine Eigenproduktion von $X_{\text{Eigen}} = 365$ Einheiten,⁵ verbundenen mit minimalen Gesamtkosten in der Höhe von $\mathbf{F}(406, 365) = 406 \cdot 97 + 365 \cdot 76 = 67122$ CHF.

⁵ Die Abrundung des eigentlichen numerischen Optimums von $X_{\text{Eigen}} = 365.108$ auf 365 Einheiten resultiert aus einer angenommenen Unteilbarkeit der Einheiten. Auf diese Weise wird die Mindestabsatzrestriktion erfüllt, wobei die Lagerhaltungsrestriktion lediglich um 0.2 verletzt wird.

Bei mehr als zwei Entscheidungsvariablen entfällt jedoch diese Möglichkeit des grafischen Lösungsverfahrens aufgrund der begrenzten Darstellbarkeit in der reellen Ebene. Die meisten realwirtschaftlichen linearen Optimierungsprobleme zeichnen sich jedoch durch eine grosse Anzahl von Entscheidungsvariablen aus, die bis in die Hunderttausende oder sogar Millionen gehen kann. Früher wären Probleme mit solchen Grössenordnungen nur sehr schwer oder gar nicht lösbar gewesen. Der Fortschritt in der Computertechnologie einerseits sowie die Entwicklung immer neuer Lösungsverfahren und Algorithmen andererseits haben aber auch diese komplexen Probleminstanzen lösbar gemacht. An dieser Stelle verzichten wir auf eine explizite Darstellung der gängigsten Verfahren bzw. Algorithmen. Die interessierte Leserschaft sei bzgl. der verschiedenen sog. *Simplexverfahren* sowie der sog. *Innere-Punkt-Verfahren* z.B. verwiesen auf Neumann und Morlock [2], Kap. 1, und Dantzig und Thapa [1], Ch.3-4.

4.2 Das Nichtlineare Optimierungsproblem

Im vorherigen Abschnitt haben wir uns mit Problemstellungen befasset, deren Zielfunktion $\mathbf{F}$ und Restriktionen durch lineare Funktionen gegeben waren. Natürlich lassen sich nicht alle reale Problemstellungen in dieses Korsett drängen, so dass sich die Frage stellt, inwieweit analytische Lösungen auch in verallgemeinerten nichtlinearen Problemstellungen möglich sind. Nichtlineare Optimierungsprobleme sind dadurch charakterisiert, dass entweder die Zielfunktion und/oder einzelne Restriktionen nicht als lineare Funktion formuliert sind.

4.2.1 Konvexe und nicht-konvexe Optimierungsprobleme

Die analytische Lösbarkeit einer nichtlinearen Optimierungsaufgabe hängt wesentlich von deren Struktureigenschaften ab. Unter Struktureigenschaften eines Optimierungsproblems versteht man einerseits die Eigenschaften der Zielfunktion und andererseits jene des zulässigen Bereichs. Dabei kommt den konvexen und konkaven Funktionen bzw. konvexen Mengen eine zentrale Bedeutung zu.

Ein Optimierungsproblem heisst *konvex*, falls die Zielfunktion (im Fall der Minimierung) als eine konvexe oder (im Fall der Maximierung) als eine konkave Funktion beschrieben wird und der zulässige Bereich eine konvexe Menge⁶ darstellt. Die Bedeutung der Konvexität liegt nun darin, dass bei konvexen Optimierungsproblemen jedes lokale Minimum/Maximum auch ein globales ist. Da die Ermittlung von lokalen Minima/Maxima relativ einfach ist, lassen sich konvexe Optimierungsprobleme besonders effizient lösen⁷.

Problemstellungen, die sich nicht als konvexe Optimierungsprobleme formulieren lassen, sind hingegen (wenn überhaupt) besonders schwer zu lösen. Für nicht-konvexe Optimierungsprobleme sind prinzipiell folgende Vorgehensweisen denkbar:

- *Konvexifizierung*: Eigenschaften der realwirtschaftlichen Problemstellung werden vernachlässigt oder vereinfacht, so dass die Entscheidungssituation als konvexes Optimierungsproblem formuliert werden kann. Hierdurch entsteht natürlich ein gewisses Modellrisiko.
- *Heuristiken*: Es werden Heuristiken eingesetzt, um zumindest eine "gute" Entscheidung zu bestimmen. Die Lösung ist zwar i.a. nicht mehr optimal, lässt sich jedoch weiterhin analytisch bestimmen.
- *Simulation*: Auf die analytische Bestimmung der Entscheidung wird verzichtet und stattdessen auf Simulationsverfahren zurückgegriffen (siehe Abschnitt 5).

4.2.2 Anwendungsbeispiel: Asset Allocation

In diesem Abschnitt wollen wir uns mit einer konkreten Problemstellung befassen, die in der Finanzmarkttheorie eine zentrale Rolle eingenommen hat: Wie soll ein Investor, der über ein bestimmtes Vermögen verfügt, sein Geld auf verschiedene Anlagekategorien allozieren und somit sein Portfolio strukturieren? Angesichts der praktischen Relevanz dieser Fragestellung für Banken, Versicherungen, Pensionskassen, Fondsgesellschaften etc. erstaunt es nicht, dass eine kaum mehr zu überblickende Vielzahl an Publikationen, Softwares und schliesslich Begrifflichkeiten entstanden ist. Begriffe wie *Asset Allocation*, *Portfolioselektion*, *Asset & Liability Management* o.ä. beziehen sich in ihrem Kern auf die aufgeführte Problemstellung und werden in der Folge ohne tiefergehende Präzisierung verwendet.

Die Theorie zur Asset-Allocation wurde massgeblich durch die Arbeiten von H. Markowitz in den 50-er Jahren geprägt. In seinem bahnbrechenden Beitrag gelang es ihm, die Problemstellung als (konvexes) Optimierungsproblem

⁶ Eine Menge heisst konvex, falls die Verbindungslinie zwischen beliebigen zwei Punkten aus dieser Menge auch vollständig in der Menge liegt.

⁷ Das in Abschnitt 4.1 behandelte lineare Optimierungsproblem ist ein konvexes Optimierungsproblem. Eine lineare Zielfunktion ist nämlich per definitionem konvex und konkav, und der zulässige Bereich ist eine konvexe Menge.

zu formulieren und einen entsprechenden Lösungsalgorithmus zu entwickeln. Der Grundgedanke der Arbeiten von Markowitz besteht in der Erkenntnis, dass nicht nur die zu erwartende Portfoliorendite, sondern insbesondere auch das entsprechende Risiko bei der Portfolio-Zusammenstellung zu berücksichtigen ist. Dabei gibt es mögliche Diversifikationseffekte zwischen den einzelnen Anlagekategorien, welche geschickt auszunutzen sind, um das eingegangene Risiko – bei einer angestrebten Zielrendite des Portfolios – zu minimieren.

Struktureigenschaften des Optimierungsproblems

Ein wichtiger Aspekt der Arbeiten von Markowitz ist, dass der Begriff "Risiko" operationalisiert wurde. Gestützt auf nutzentheoretische Überlegungen definierte Markowitz das Risiko als die Standardabweichung ("Volatilität") bzw. die Varianz der Portfolio-Rendite, mit einem Mass also, welches die Wertschwankungen des Portfolios widerspiegelt. In diesem Kontext gilt eine Anlage, welche eine sichere Rendite verspricht (beispielsweise eine Bundesobligation), als "risikolos", während Anlagekategorien wie Aktien oder Obligationen von Unternehmungen typischerweise risikobehaftet sind.

Für den Investor macht es natürlich keinen Sinn, unnötige Risiken zu tragen. Anders ausgedrückt muss ein Portfolio „A“, welches eine höhere Volatilität als ein Portfolio „B“ hat, unmittelbar auch eine höhere Rendite aufweisen. Ansonsten würde kein rationaler Investor sein Vermögen gemäss Portfolio „A“ strukturieren. In diesem Zusammenhang wird von effizienten Portfolios bzw. von der *efficient frontier* gesprochen (siehe Abbildung 2).

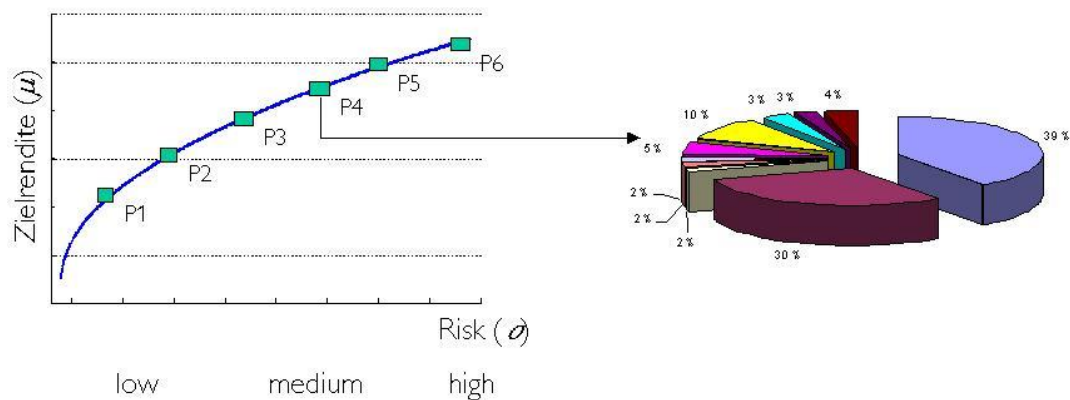


Abbildung 2: *Efficient frontier* und Struktur eines effizienten Portfolios

Die Portfolio-Selektion lässt sich somit als Optimierungsproblem verstehen, bei dem – für eine bestimmte Zielrendite – die Varianz der Portfolio-Rendite zu minimieren ist. Formal lässt sich die Varianz der Portfolio-Rendite als eine quadratische (und konvexe) Funktion schreiben. Das Restriktionssystem besteht in der Regel aus linearen Restriktionen, so dass insgesamt die Konvexität des zulässigen Bereichs und somit der Problemstellung sichergestellt ist.

Portfolio-Selektion in der Praxis

Während Investitionsentscheidungen von Privatpersonen nicht selten eher auf Intuition als auf systematischer Analyse beruhen, definieren institutionelle Investoren typischerweise einen strukturierten Anlageprozess. Dieser Anlageprozess stellt einen sog. Informationsproduktions- bzw. -transformationsprozess dar, bei dem verschiedene unternehmensinterne und kapitalmarktrelevante Informationen zu einem Portfolio "veredelt" werden. Der Mehrwert des Prozesses besteht darin, aufgrund der verfügbaren Informationen ein Portfolio zu bestimmen und umzusetzen, welches die Chancen an den Kapitalmärkten unter Berücksichtigung der unternehmenseigenen Risikofähigkeit bestmöglich ausnutzt.

Bei der Gestaltung des Anlageprozesses muss das Management insbesondere die Frage beantworten, wie häufig eine gewisse Allokation überdacht werden soll. In diesem Zusammenhang unterscheiden die meisten institutionellen Investoren zwischen der strategischen und der taktischen Allokation. Bei der *strategischen Asset Allocation* wird ein sog. *Benchmark-Portfolio* bestimmt, welches eine Orientierung für einen längeren Zeitraum (typischerweise 5-10 Jahre) bieten soll. Kurzfristig soll es aber dennoch möglich sein, von dieser langfristigen Allokation abzuweichen, um Chancen an den Kapitalmärkten nutzen oder unternehmensinterne Entwicklungen berücksichtigen zu können.

Solche kurzfristigen Abweichungen von der langfristigen Benchmark-Allokation werden *als taktische Asset Allocation* bezeichnet.

Gefahren bei der Portfolio-Optimierung

Die Anwendung eines Optimierungsansatzes führt immer auch zu gewissen Modellrisiken, deren sich der Entscheidungsträger bewusst sein muss. Gerade der Portfolio-Selektionsansatz von Markowitz weist – obschon in der Praxis weitverbreitet! – erhebliche Schwächen auf, die im Folgenden kurz angesprochen werden sollen:

- *Sensitivität der Ergebnisse:* Die Optimierungsergebnisse – d.h. die optimale Allokation für eine bestimmte Zielrendite – hängen wesentlich von den eingegebenen Inputparametern ab. Schon bei kleinen Veränderungen dieser Parameter treten typischerweise grosse Veränderungen der jeweiligen Portfoliostrukturen auf.
- *Schwierige Schätzung der Marktparameter:* Die erwähnte Sensitivität ist insbesondere problematisch, weil die erforderlichen Inputdaten nicht deterministisch vorliegen, sondern typischerweise unsicher sind (man spricht von *stochastischen* Grössen). Die erforderlichen Inputdaten wie Kapitalmarktrenditen und Korrelationen müssen somit geschätzt werden. Die Schätzung von solchen Kapitalmarktgrössen erweist sich jedoch als besonders schwierig, weil sie im Zeitablauf sog. Strukturbrüche aufweisen. Die für die Optimierung erforderlichen Inputdaten sind somit im Zeitablauf nicht stabil.
- *Idealisierte Marktvorstellungen:* Imperfektionen der Kapitalmärkte wie etwa Transaktionskosten oder Marktliquiditäten werden in Optimierungsmodellen häufig vernachlässigt. Bei häufigen Portfolio-Umschichtungen kumulieren sich jedoch die Transaktionskosten, was die *Performance* spürbar schmälert. Zudem können Marktliquiditäten die Flexibilität bei zukünftigen Umschichtungen erheblich einschränken.
- *Einstufigkeit der Entscheidung:* Wohl am schwersten wiegt jedoch die einperiodische Betrachtung der meisten Optimierungsmodelle und insbesondere des Markowitz-Ansatzes. In der Realität wird nämlich kaum ein Investor sein individuelles Portfolio bestimmen und dessen Portfoliostruktur unverändert beibehalten. Die Allokation wird zumindest periodisch überprüft und angepasst. Ein gutes Portfolio-Selektionsmodell müsste somit nicht nur die heute zu treffende Entscheidung, sondern auch zukünftige Rebalancierungs-Entscheidungen berücksichtigen.

Die Bedeutung der angesprochenen Entscheidungsdynamik lässt sich am einfachsten anhand eines konkreten Beispiels aufzeigen. Wir gehen von einer Pensionskasse aus, welche die Allokation ihrer Mittel unter Berücksichtigung der Entwicklung der Verpflichtungen (= Liabilities) optimieren will. Dem Management ist bewusst, dass für den betrachteten Planungshorizont (z.B. 1 Jahr) verschiedene Allokationen zu verschiedenen Vermögensverteilungen der Kasse führen werden, je nachdem, welche Zielrendite angestrebt und somit Risiko in Kauf genommen wird. Bei der Portfolio-Selektion wird man daher eine effiziente Allokation auswählen, bei welcher die *Ausfallwahrscheinlichkeit* (Wahrscheinlichkeit, dass das Endvermögen der Kasse nicht zur Deckung der Verpflichtungen ausreicht) möglichst gering ausfällt.

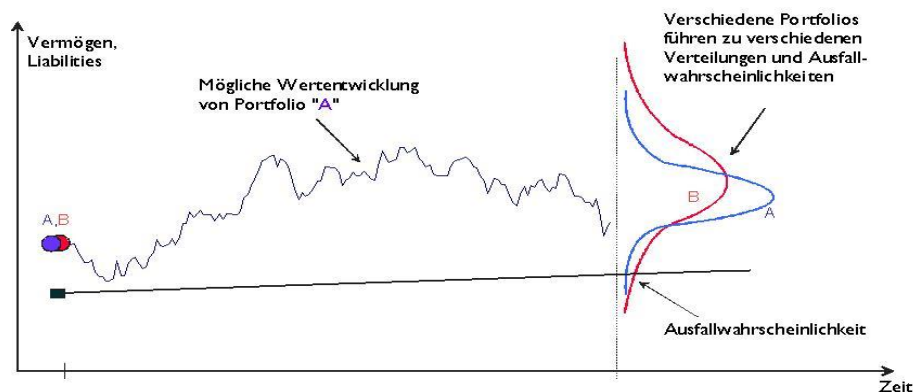


Abbildung 3: Einstufige Portfolio-Selektion

In Abbildung 3 wird diese Vorgehensweise illustriert. Es werden zwei effiziente Allokationen betrachtet, die im Rahmen einer klassischen Portfolio-Optimierung ermittelt wurden. Beide Allokationen liegen somit auf der *efficient frontier* (vgl. Abbildung 2), und es stellt sich die Frage, welche von beiden vorzuziehen ist. In der Abbildung wurde desweiteren eine mögliche Vermögensentwicklung für eine der betrachteten Allokationen eingezeichnet. Der genau zukünftige Entwicklungspfad für eine bestimmte Allokation ist natürlich *ex ante* nicht bekannt und verschiedene Entwicklungen sind denkbar. Der Entscheidungsträger schätzt jedoch, dass Portfolio B durchschnittlich zu einer besseren Rendite (der Erwartungswert liegt höher) führt, aber auch mit mehr Risiken verbunden ist (d.h. die

Verteilung ist stärker gedehnt). In dieser Konstellation wäre dem Management Portfolio B, welches eine geringere Ausfallwahrscheinlichkeit aufweist, zu empfehlen.

Am Ende des Planungshorizonts (nach 1 Jahr) muss das Management die Portfoliostruktur jedoch überprüfen. Unter Umständen entspricht die vormals bestimmte Allokation nicht mehr der Risikofähigkeit, und es müssen Umschichtungen vorgenommen werden. Da diese Umschichtungen jedoch in der vorherigen Entscheidung überhaupt nicht berücksichtigt wurden, ist die Kasse nun völlig dem Markt ausgesetzt. Sie steht wie ein Schachspieler da, der jeweils nur den unmittelbar anstehenden Spielzug überlegt! Es können beispielsweise sehr hohe Transaktionskosten anfallen, um grössere Umschichtungen vorzunehmen, oder das Management merkt, dass die Überdeckung in der nächsten Periode nicht mehr sichergestellt werden kann.

Behebung der Modell-Schwächen

Angesichts der Bedeutung der Portfolio-Selektion für die Finanzwelt erstaunt es nicht, dass eine Vielzahl von Verbesserungsmöglichkeiten vorgeschlagen wurden, um die angesprochenen Schwächen in den Griff zu bekommen. Von grossem Interesse sind dabei insbesondere mehrperiodische Optimierungsmodelle, da solche Ansätze Portfolioumschichtungen, Transaktionskosten und stochastische Kapitalmarktentwicklung berücksichtigen können. Die Herausforderung besteht darin, dass solche mehrstufige nichtlineare Optimierungsmodelle eine sehr hohe Komplexität aufweisen und nur auf leistungsfähigen Rechnern mit sophistizierten Lösungsalgorithmen bewältigt werden können.

4.3 Das Stochastische Optimierungsproblem

Realwirtschaftliche Problemstellungen sind meistens dadurch gekennzeichnet, dass sie nicht nur eine zeitlich isolierte Entscheidung, sondern eine Vielzahl von interdependenten Entscheidungen im Zeitablauf bedingen. Das Management steht somit vor der Herausforderung, jeweils die intertemporalen Zusammenhänge von Entscheidungen zu verstehen bzw. den gesamten Entscheidungsprozess zu betrachten. In Analogie zum Schachspiel geht es im Wesentlichen darum, den unmittelbar anstehenden Spielzug bzgl. seiner Auswirkungen im längeren Spielablauf zu prüfen und zu optimieren.

Unmittelbar mit der Dynamik des Entscheidungsprozesses verbunden ist die Unsicherheit bzgl. der zukünftigen Entwicklung von entscheidungsrelevanten Grössen wie Preise, Kosten, Nachfrage u.a.. Die Interaktion von Zeit und Unsicherheit führt zu komplexen Entscheidungssituationen, welche die menschliche Intuition schnell überfordern. In Abschnitt 4.1.1 wurde ein lineares Optimierungsprogramm zur Bestimmung der optimalen Eigenproduktion einer Unternehmung aufgestellt. Dabei wurden bestimmte Annahmen bzgl. der Parameter getroffen und insbesondere davon ausgegangen, dass Grössen wie die Höhe der Nachfrage ($b_1 = 750$) sowie der Einkaufskosten beim Zukauf ($c_1 = 95$) zum Zeitpunkt der Entscheidung bekannt sind. Wir wollen nun Unsicherheit bzgl. dieser zwei Parameter einführen und die Auswirkungen auf die Entscheidungssituation untersuchen.

4.3.1 Motivation: Eigenproduktion und Zukauf im stochastischen Fall

Als Ausgangspunkt betrachten wir wiederum das in Abschnitt 4.1.1 dargestellte Optimierungsproblem. Wir modifizieren die Ausgangssituation wie folgt: Statt von einer deterministischen Nachfrage von $b_1 = 750$ auszugehen, wollen wir nun annehmen, dass die Nachfrage fünf verschiedene Werte zwischen 700 und 800 annehmen kann mit den folgenden Wahrscheinlichkeiten:

$$b_1 = \begin{cases} b_{11} = 700, & p_1 = 0.10 \\ b_{12} = 725, & p_2 = 0.15 \\ b_{13} = 750, & p_3 = 0.50 \\ b_{14} = 775, & p_4 = 0.15 \\ b_{15} = 800, & p_5 = 0.10 \end{cases}$$

Desweiteren sollen auch die Einkaufskosten c_1 für einen allfälligen Zukauf nur probabilistisch bekannt sein. Es wird davon ausgegangen, dass die Nachfrage auch einen Einfluss auf die Einkaufspreise hat. Bei einer starken Nachfrage (Szenario 5) gilt somit auch ein höherer Preis für die Zukäufe:

$$c_1 = \begin{cases} c_{11} = 90.0, & p_1 = 0.10 \\ c_{12} = 92.5, & p_2 = 0.15 \\ c_{13} = 95.0, & p_3 = 0.50 \\ c_{14} = 97.5, & p_4 = 0.15 \\ c_{15} = 100, & p_5 = 0.10 \end{cases}$$

Diese Veränderungen in der Nachfrage und im Einkaufspreis erschweren die Problemstellung erheblich. Der in Abbildung 1 dargestellte Zulässigkeitsbereich sowie die Steigung der Niveaulinien ist nicht mehr eindeutig definiert, so dass graphisch die optimale Lösung nicht mehr identifiziert werden kann.

Eine beliebte Vorgehensweise in solchen Entscheidungssituationen ist es, die Unsicherheit in den Parameter (hier die Nachfrage und der Einkaufspreis) zu abstrahieren und nur den jeweils wahrscheinlichsten Wert bzw. den Mittelwert der Verteilung zu berücksichtigen. In der obigen erweiterten Problemstellung führen beide Vorgehensweisen zurück zur Entscheidungssituation in Abschnitt 4.1.1 mit einer Nachfrage von $b_1 = 750$, einem Einkaufspreis von $c_1 = 95.0$ und einer optimalen Entscheidung $X_{\text{Kauf}} = 406$, $X_{\text{Eigen}} = 365$.

Die Vernachlässigung der Unsicherheit ist jedoch unmittelbar mit einem Modellrisiko verbunden. Bei einer Nachfrage von $b_1 > 771$ lässt sich nicht die gesamte Nachfrage befriedigen, und es stellt sich die Frage nach den Konsequenzen einer solchen Fehlmenge. Im obigen Produktionsbeispiel geht die fehlende Menge vielleicht einfach verloren, so dass lediglich Opportunitätskosten entstehen oder sie kann im Rahmen eines Notprogramms nachproduziert bzw. bei einem weiteren Lieferant eingekauft werden. Die entsprechenden Kosten einer solchen nachgelagerten Entscheidung wurden jedoch bei der Optimierung nicht berücksichtigt, und es sind viele Anwendungsbeispiele denkbar, bei denen Fehlmenngen zu unvermeidbaren Auswirkungen führen können. Als Beispiel seien Versorgungsunternehmungen erwähnt, die in gewissen Szenarios ihrem Versorgungsauftrag nicht mehr nachkommen können oder Cash-Management Situationen, bei denen die liquiden Mittel der Unternehmung nicht mehr ausreichen, um die Zahlungsverpflichtungen zu begleichen.

Die Schwächen bzw. Modellrisiken einer solchen deterministischen Betrachtung lassen sich durch verschiedene Modellierungsansätze beheben:

- **Fat solution.** Eine Vorgehensweise besteht darin, eine Lösung zu ermitteln, welche die vorgegebenen Restriktionen auf jeden Fall erfüllt. In unserem Beispiel wird dies erreicht, wenn die grösstmögliche Nachfrage ($b_1 = 800$) angenommen wird. Diese Vorgehensweise ist bei Problemstellungen zu empfehlen, bei denen keine Toleranz bzgl. der gesetzten Restriktionen besteht, wie beispielsweise bei Versorgungsproblemen. Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass eine solche Lösung nicht immer existiert. Ist die Nachfrage unbegrenzt, so gibt es keine adäquate Fat-Solution bei begrenzten Ressourcen.
- **Chance-Constraint-Modellierung.** Im Rahmen der *Chance-Constraint*-Modellierung wird davon ausgegangen, dass die gesetzten Restriktionen aufgrund der zugrunde liegenden Unsicherheiten nur probabilistisch einzuhalten sind. Es wird somit die bestmögliche Entscheidung gesucht, welche die vorgegebenen Restriktionen mit einer bestimmten vorgegebenen Wahrscheinlichkeit von beispielsweise mindestens 95.0% erfüllt. Im obigen Beispiel würde die ermittelte Lösung $X_{\text{Kauf}} = 406$, $X_{\text{Eigen}} = 365$ eine solche probabilistische Restriktion verletzen, da sie nur mit einer Wahrscheinlichkeit von 75.0% zu einer (vollständigen) Befriedigung der Nachfrage führt. Der Nachteil einer solchen Modellierung liegt einerseits in der sehr komplexen Struktur der Optimierungsprobleme und andererseits darin, dass die Konsequenzen einer Nichterfüllung vernachlässigt werden.
- **Recourse-Modellierung.** Aufgrund der Schwächen der bisher erwähnten Modellierungsansätze hat sich die sogenannte *Recourse*-Modellierung (Kompensations-Ansatz) als *state of the art* etabliert. Es wird – wie bei der chance-constraint Modellierung – davon ausgegangen, dass die Restriktionen nicht in allen Szenarien erfüllt werden können. Es werden jedoch entsprechende nachgelagerte Entscheidungen (Recourse Aktivitäten) zugelassen, um die Restriktionen im nachhinein zu erfüllen. Typischerweise würde man im obigen Beispiel die Möglichkeit eines "Notproduktionsprogramms" zur Erstellung der fehlenden Menge modellieren, welches zu zusätzlichen Entscheidungsvariablen führen würde. Die mit diesem Notprogramm verbundenen Kosten können problemlos in der Zielfunktion mitberücksichtigt werden. Mit der Recourse-Modellierung wird ein sequenzieller Entscheidungsprozess unterstellt, der bei den meisten realwirtschaftlichen Problemstellungen tatsächlich vorliegt. Im Folgenden wird dieser anhand eines konkreten Anwendungsbeispiels in der Energiewirtschaft illustriert.

4.3.2 Anwendungsbeispiel – Kraftwerkseinsatzplanung in der Energiewirtschaft

Realwirtschaftliche Problemstellung

Wir betrachten eine stromerzeugende Unternehmung, die im Rahmen der sog. *Kurzfristplanung* täglich die Entscheidung treffen muss, wieviel Energie ihre Erzeugungseinheiten jeweils in jeder einzelnen Stunde des nächsten Tages generieren sollen. Das Ziel besteht in einem effizienten und zeitrichtigen Einsatz der Ressourcen, um durch Verkäufe am Spotmarkt einen maximalen Ertrag zu erwirtschaften. Es handelt sich im speziellen um einen Wasserkraftzeuger, der seine Energie ausschliesslich aus in Reservoirs gespeichertem Wasser zieht; die Erzeugungseinheiten sind also die einzelnen Turbinen aller Wasserkraftwerke unserer Unternehmung. Da es sich bei einigen Reservoirs um sog. Jahresspeicher handelt (d.h. sehr grosse Speicher, deren Nutzung eher langfristigen Überlegungen mit einem Planungshorizont von ca. einem Jahr unterliegt), müssen die täglichen Entscheidungen aus der Kurzfristplanung überdies Vorgaben aus einer übergeordneten *Langfristplanung* genügen.

Unsichere Entwicklung der relevanten Umwelt

Auch wenn die eigentlich zu treffenden Entscheidungen über die zu generierenden Energiemengen nur die 24 Stunden des nächsten Tages betreffen, so ist es dennoch ratsam, die nachfolgenden Tage nicht gänzlich ausser Acht zu lassen. Denn je nach Entwicklung der Umwelt kann die heute zu treffende Entscheidung durchaus anders aussehen:

- Wüsste man z.B. mit Sicherheit, dass die Preise in den nächsten Tagen einem Abwärtstrend folgen, so ist es klarerweise vorteilhafter, die vorhandenen Wasser-Ressourcen möglichst früh einzusetzen, um die noch hohen Preise auszunutzen.
- Wüsste man z.B. mit Sicherheit, dass in drei Tagen die Regenfälle massiv zunehmen, so würde man morgen schon entsprechend grosszügiger mit den vorhandenen Wasser-Ressourcen umgehen.

Nun ist einem in der Realität der Blick in die allwissende Kristallkugel leider verwehrt, so dass die einzige Abhilfe darin liegt, die ungewisse Zukunft auf jene Umweltfaktoren zu reduzieren, welche (a) für die aktuelle Problemstellung relevant sind und (b) deren Entwicklung gewissen Wahrscheinlichkeitsgesetzen unterliegen, welche sich sinnvoll bestimmen lassen (ohne die Realität übermässig zu simplifizieren).

Im vorliegenden Fall des Wasserkrafterzeugers sind die relevanten unsicheren Umweltfaktoren gegeben durch:

- die erzielbaren Strompreise auf dem Spot-Markt,
- die nachgefragte Last
- und die natürlichen Zuflüsse in die Wasserreservoirs.

Um diese unsicheren Einflüsse bei der Entscheidungsfindung adäquat zu berücksichtigen, muss die ihnen zugrunde liegende Stochastik in das Optimierungsmodell einfließen. Im allgemeinen unterstellt man den unsicheren Grössen, dass sie sog. stochastischen Prozessen folgen, deren Parameter dann auf der Basis historischer Daten geschätzt werden. Ein weitverbreitetes Vorgehen besteht darin, diese – zumeist stetigen – Prozesse anschliessend zu diskretisieren, um die unsichere zukünftige Entwicklung in Form eines sog. *Szenariobaumes* abzubilden: Jedes Szenario stellt eine mögliche Zukunftsentwicklung dar, welche mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit eintritt. Beim Lösen des stochastischen Optimierungsproblems durch das analytische Verfahren werden alle Szenarios dieses Baumes integriert berücksichtigt und eine optimale Lösung ermittelt, welche sich durch maximale erwartete Erträge über den Planungshorizont hinweg auszeichnet.

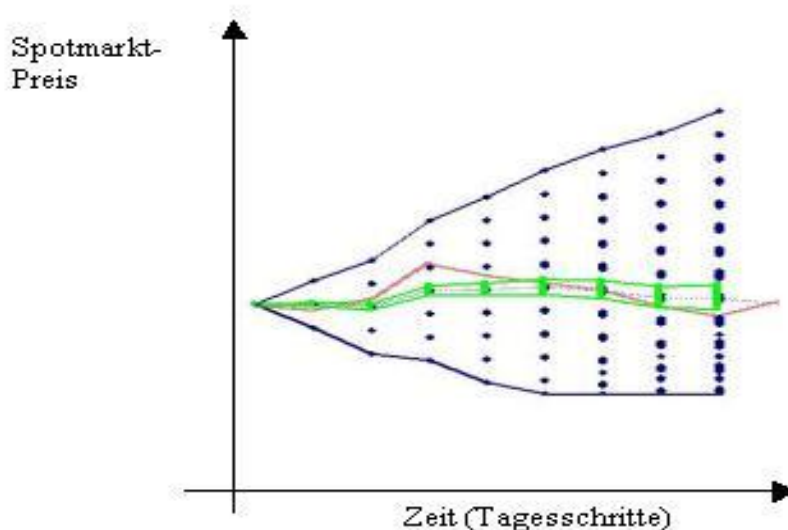


Abbildung 4: Szenariobäume für die unsichere Preisentwicklung am Spotmarkt

In Abbildung 4 werden zwei exemplarische Szenariobäume (dunkel und breit gefächert bzw. hell und schmal gefächert) für unterschiedliche Schwankungsbreiten der Preisentwicklung am Spotmarkt gezeigt. Die einzelnen Punkte repräsentieren die zufälligen Ausprägungen des durchschnittlichen Stundenpreises für jeden Tag bis zum Tagungshorizont. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde in den Szenariobäumen auf die Kanten-Verbindungen zwischen den Ausprägungen verzichtet; lediglich die beiden extremalen Entwicklungen wurden jeweils als durchgängige Szenarios gekennzeichnet. Der durchgezogene, rechts herausragende Pfad stellt eine spezielle Preisentwicklung dar, wie sie z.B. in der Vergangenheit beobachtet werden konnte.

Um die typischerweise beobachtbaren Preiskurven über einen Wochentag oder einen Wochenendtag hinweg zu erhalten, sollte die stochastische Entwicklung dieses durchschnittlichen Spotmarkt-Preises zusätzlich durch einen stündlichen Preisverlauf überlagert werden.

Strategische, technische und operative Anforderungen

Neben der erwähnten Unsicherheit in der Entwicklung entscheidungsrelevanter Grössen wird die Entscheidungsfindung in der Kraftwerkseinsatzplanung durch eine Vielzahl strategischer, technischer und operativer Anforderungen erschwert. Im Folgenden werden zur Verdeutlichung der Entscheidungskomplexität die wesentlichen Anforderungen skizziert, welche insbesondere die Vernetzung dieser kurzfristigen Planung aufzeigen:

- Die bereits angesprochene, übergeordnete Langfristplanung (auf deren Beschreibung an dieser Stelle verzichtet wird) ermittelt für Wochenintervalle die optimal zu erzeugende, totale Energiemenge. Innerhalb der Kurzfristplanung müssen die zu treffenden Entscheidungen für den Folgetag derart ausgestaltet sein, dass im weiteren realen Zeitablauf die Vorgaben für die totale Wochenerzeugung erreicht werden können.
- Für jene Reservoirs, welche eine *Kaskade* (s. z.B. Abbildung 5) bilden – d.h. sie liegen flussabwärts in einer Reihe – müssen die Fliesszeiten zwischen den Reservoirs berücksichtigt werden. Nur dann werden die Folgen der Wasserverwendung zur Energieerzeugung oder eines allfälligen Überlaufs zeitrichtig abgebildet.
- Die Leistungsbandbreite einer Erzeugungseinheit ist nicht etwa durch ein Intervall $[0, \text{Max}]$ Megawatt (MW) gegeben, sondern sie besteht in der Realität aus der Vereinigung folgender Alternativen: Entweder die Erzeugungseinheit generiert nicht (Erzeugung: 0 MW), oder aber sie generiert, in welchem Falle sie eine technisch minimale Leistung von MIN MW erzeugen muss; die technisch maximale Leistung ist MAX MW. Somit ist die Leistungsbandbreite in MW gegeben durch $\{0\} \cup [\text{MIN}, \text{MAX}]$.
- Aufgrund von Wartungs-, Prüfarbeiten o.ä. stehen die einzelnen Erzeugungseinheiten nicht immer mit der vollen Leistung zur Verfügung bzw. müssen umgekehrt eine bestimmte Mindestleistung erbringen.
- Damit eine Erzeugungseinheit das turbinierete Wasser effizient nutzt, muss der Durchfluss ($\text{m}^3/\text{sek.}$) in Abhängigkeit vom Füllstand des Reservoirs gewählt werden.
- Das Energieübertragungsnetz, in das die erzeugende Unternehmung eingebettet ist, ist durch Leitungen und Knoten gekennzeichnet. Je nach Einspeisung in bzw. Entnahme an den Knoten ergibt sich ein anderer Stromfluss durch das Netz; der Stromfluss durch die einzelnen Leitungen ist hierbei nur bis zur technisch maximalen Kapazität der jeweiligen Leitung möglich.
- Um die fortwährend nötige Frequenzregelung innerhalb des Leitungsnetzes gewährleisten zu können, muss eine gewisse Leistung in Reserve gehalten werden. Hierzu eignen sich insbesondere Generatoren auf Wasserkraftbasis, da diese fast ohne Zeitverzug ihre Leistung erhöhen oder reduzieren können. Die Kurzfristplanung muss diese Reserve-Bereitstellung mitberücksichtigen.
- Die operativen Abläufe in der Planungsabteilung des Energieerzeugers und Zeitfenster zur Erledigung der täglichen Aufgaben bedingen, dass eingesetzte Softwarepakete oder Entscheidungsunterstützungssysteme (*Decision Support Systems*, DSS) gewisse Rechenzeiten nicht überschreiten.

Erweiterung der Problemstellung um marktspezifische Aspekte

Handelt es sich zudem um einen Marktteilnehmer eines nationalen Marktes, welcher sich einer fortschreitenden Liberalisierung und/ oder einer wachsenden regionalen Vernetzung gegenüber sieht, so ergeben sich für den einzelnen Marktteilnehmer in aller Regel neue Handlungsspielräume, aber auch eine veränderte Konkurrenzsituation: Es entsteht z.B. neu die Möglichkeit des Energie-Exports in andere Teilnehmerländer des regionalen Marktes, oder eine grössere Freiheit bei der bilateralen Vertragsgestaltung eröffnet neue Chancen, wie etwa durch den Abschluss von kurzfristigen Forward-Kontrakten mit anderen Marktteilnehmern. In diesen Fällen ist es ratsam, die Kraftwerkseinsatzplanung nicht losgelöst von den anderen Fragestellungen (Exporte, bilaterale Kontrakte, etc.) zu betrachten. Denn nur durch eine integrierte Optimierung aller wesentlichen Komponenten bei der Entscheidungsfindung wird die Position des betrachteten Marktteilnehmers dauerhaft gestärkt. Somit bedarf es nicht nur einer effizienten Energieerzeugung durch einen zeitlich und mengenmässig optimalen Einsatz der Wasserkraftwerke, sondern im Optimierungsmodell sind auch Exporte und Kontrakt-Gestaltungen in einer integrierten Weise zu berücksichtigen.

Fallbeispiel – E in mittelgrosser Wasserkrafterzeuger in Zentralamerika

Wir betrachten im Folgenden einen mittelgrossen Wasserkrafterzeuger eines Zentralamerikanischen Staates. Die Unternehmung verfügt über insgesamt zehn Erzeugungseinheiten an vier unterschiedlich grossen Reservoirs, welche als Kaskade entlang desselben Flusslaufes liegen (s. Abbildung 5). Die oberen beiden Reservoirs 1 und 2 dienen hauptsächlich als Jahresspeicher, wohingegen die Reservoirs 3 und 4 vielmehr kürzeren Planungshorizonten unterliegen. Als einziger Wasserkrafterzeuger des Staates ist die Unternehmung gezwungen, die gesamte benötigte Reserve-Leistung bereitzustellen.

Damit ein Planungsinstrument sich für die Bearbeitung der bisher beschriebenen Problemstellung eignet, muss es als Resultate einerseits die gesuchten optimalen Kraftwerkseinsatzpläne liefern, d.h. die optimalen stündlichen Erzeugungen jeder einzelnen Erzeugungseinheit für den nächsten Tag unter der Zielsetzung maximalen erwarteten Gewinns; andererseits soll, sofern vom Anwender gewünscht, auch die Ausgestaltung optimaler Forward-Kontrakte bzw. Exportpläne im Ergebnis enthalten sein. Da es sich um täglich zu treffende Entscheidungen handelt, wird zusätzlich eine komfortable Bedienung des Planungsinstruments mittels eines *Graphical User Interface* benötigt.

Diese Fragestellungen lassen sich durch den Einsatz eines stochastischen Optimierungsproblems beantworten, welches die oben genannten strategischen und technischen Anforderungen adäquat abbildet und zusätzlich die unsichere Umwelt in geeigneter Form berücksichtigt.

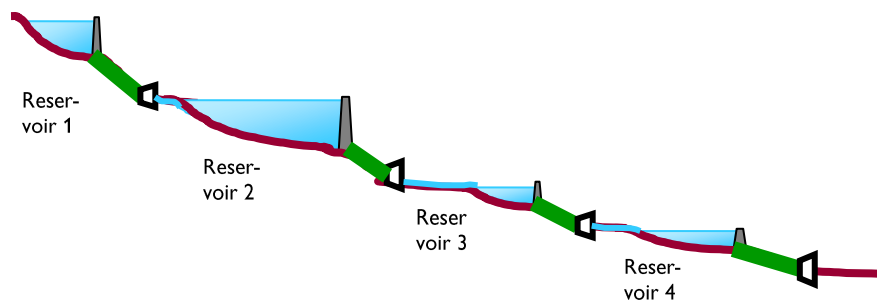


Abbildung 5: Reservoir-Kaskade entlang des Flusslaufes

Um dem Anwender eine breite individuelle Eingriffsmöglichkeit zu gestatten (sei es um Restriktionen des Marktes abzubilden oder um subjektive Ausgestaltungswünsche der Kontrakte zu formulieren), werden z.B. verschiedene Preispolitiken der Kontrakte sowie stündliche und/oder kumulative Energiemengen-Limiten verwendet. Bei geeigneter Modellierung werden die drei grundlegenden Aspekte – d.h. Kraftwerkseinsatz, Forward-Kontrakte und Exportpläne – mit einem Auflösungsgrad auf stündlicher Ebene und einem Planungshorizont von ca. einer Woche berücksichtigt.

Der operativen Anforderung nach einer guten Bedienbarkeit wird i.d.R. genügt, indem die stochastischen Optimierungsprobleme in ein Planungsinstrument mit *Graphical User Interface* eingebettet werden: Letzteres dient dann der Parametrierung des stochastischen Optimierungsmodells sowie der Steuerung allfälliger weiterer Features (wie etwa die Verwendung verschiedener Preispolitiken der Kontrakte oder stündlicher bzw. kumulativer Energiemengen-Limiten). Auf diese Weise wird eine übersichtliche Handhabung mit individuellen Eingriffsmöglichkeiten gewährleistet, was nicht zuletzt die Akzeptanz des entwickelten Planungsinstruments fördert.

Da es sich um ein stochastisches Optimierungsproblem handelt, ist dessen Komplexität bereits sehr hoch: Denn der Einbezug eines Szenariobaumes und die damit verbundene Berücksichtigung eines ganzen Spektrums an möglichen Zukunftsentwicklungen führen zu sehr grossen Problem instanzen, deren Anzahl an Variablen und Restriktionen in die Hunderttausende oder sogar Millionen gehen können. Die Komplexität erhöht sich aber noch zusätzlich durch die vormalig genannte technische Anforderung nach einer Minimalleistung der Erzeugungseinheiten: Die formalmathematische Behandlung dieser Anforderung bedingt den Einsatz sog. *Binärvariablen*, d.h. Variablen, welche nur den Wert 1 („die Erzeugungseinheiten generiert“) oder 0 („die Erzeugungseinheiten generiert nicht“) annehmen dürfen. Diese Binärvariablen machen das stochastische Optimierungsproblem zu einem *gemischt-ganzzahligen* stochastischen Optimierungsproblem, was den Einsatz noch sophistizierterer analytischer Lösungsverfahren und i.a. längere Rechenzeiten auf dem Computer nach sich zieht.

Abbildung 6 zeigt exemplarische Einsatzpläne für die zehn Erzeugungseinheiten des Wasserkrafters, wobei auf der Abszisse die 24 Stunden des Folgetages abgetragen sind, während die Ordinate die im Optimum zu generierende Leistung in MW angibt. Einige Einheiten fahren sog. Grundlast, d.h. sie generieren den ganzen Tag relativ konstant mit ihrer technischen Maximalleistung; andere Einheiten dienen hingegen eher zur Deckung der Spitzenlast in den Peak-Stunden und werden nur dann zugeschaltet bzw. in ihrer Erzeugung massiv erhöht, wenn sich die gestiegenen Nachfrage in entsprechend erhöhten Preisen am Spotmarkt widerspiegelt.

⁸ Binärvariablen sind ein Spezialfall von sog. *ganzzahligen Variablen*, d.h. von Variablen, die als Werte nur ganze Zahlen annehmen dürfen. Der Begriff *gemischt-ganzzahlig* wird immer dann verwendet, wenn in einem Optimierungsproblem ganzzahlige Variablen gleichzeitig („gemischt“) mit „normalen“ reell-wertigen Variablen auftreten, d.h. mit Variablen, welche als Wert reelle Zahlen annehmen dürfen.

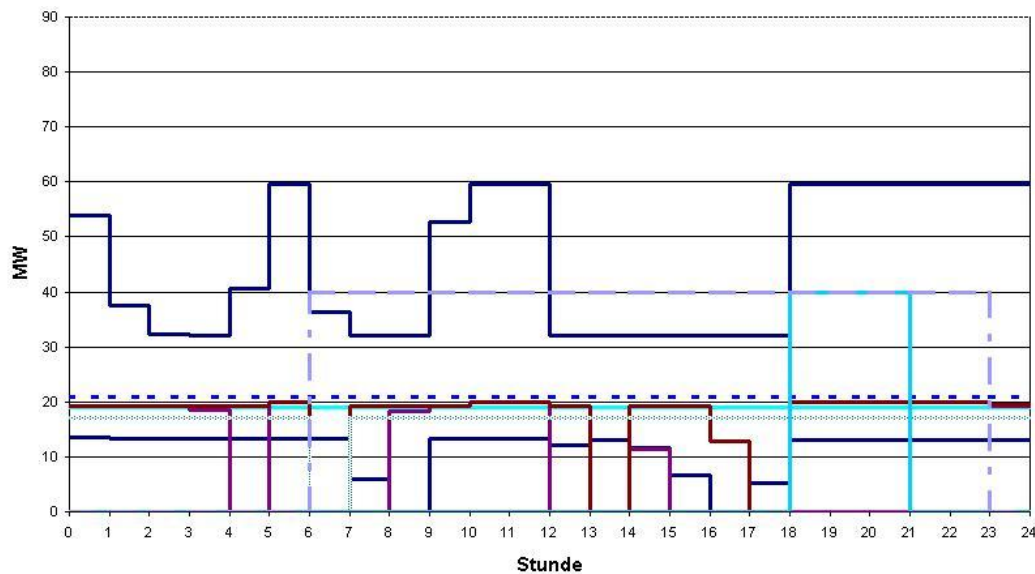


Abbildung 6: Exemplarische Kraftwerkseinsatzpläne

Bei den ermittelten Einsatzplänen handelt es sich um ein theoretisches Optimum, das dem Anwender zeigt, wie die einzelnen Erzeugungseinheiten am Folgetag gefahren werden sollten, um effizient über den Planungshorizont hinweg zu agieren. Für die praktische Umsetzung dieser Einsatzpläne ist jedoch noch ein weiterer Schritt nötig: Da es sich um einen sog. *Day-ahead*-Markt handelt, müssen die Marktteilnehmer Preis-Mengen-Angebote an den Systemoperator stellen, welcher schliesslich das *Market Clearing* für den nächsten Tag gemäss spezieller Regeln vornimmt. Um die theoretisch optimalen Einsatzpläne auch wirklich umzusetzen zu können, muss unser Wasserkrafterzeuger also – im Wissen um die erwarteten Angebote der Konkurrenz – spezielle Preis-Mengen-Angebote abgeben. Im Idealfall sieht dann der *Dispatch* (d.h. die vorläufige Einplanung aller Erzeugungseinheiten des Staates auf stündlicher Basis) des Systemoperators so aus, dass unser Wasserkrafterzeuger die für sich als optimal ermittelten Einsatzpläne am Folgetag auch tatsächlich umsetzt. Obige Angebots-Abgabe sollte aus Gründen der Konsistenz mit den Optimierungsergebnissen und der Fehlervermeidung automatisch durch Computerunterstützung erfolgen.

Das Optimierungsmodul mit dem stochastische Optimierungsmodell und dem angewendeten analytischen Lösungsverfahren ist dann nur ein elementarer Baustein eines umfassenderen DSS, welches die mit der Einsatzplanung der Erzeugungseinheiten betrauten Anwender unterstützt. Auf diese Weise ist der Energieerzeuger in die Lage versetzt, den natürlichen Ressourcen-Einsatz optimal zu planen und als Marktteilnehmer mit einer geschickten Preisgestaltung zu agieren.

Akzeptanzprobleme im Spannungsfeld Mensch/ Maschine

Ein grosses Problem beim Einsatz von Lösungen in Form eines DSS oder Softwarepaketes stellt die geforderte Akzeptanz der neuen Software-Instrumente dar, insbesondere weil die angewandte sophistische Methodik für den Anwender zumeist eine Black Box darstellt. Nicht wenige, teure Projekte sind erfolglos geblieben oder sogar abgebrochen worden, weil der Einsatz der bereitgestellten Instrumente am Widerstand der vorgesehen Benutzer gescheitert ist. Insbesondere wenn für die Neuentwicklungen nicht die Betroffenen selbst, sondern Unternehmensexterne oder andere In-house Fachabteilungen verantwortlich zeichnen, ergeben sich vermehrt Akzeptanzprobleme auf verschiedenen Ebenen, wenn sich der Benutzer bei der Beantwortung z.B. folgender Fragen alleine gelassen fühlt:

- *inhaltliche Ebene*: Habe ich Vertrauen in das Modell, das analytische Lösungs-Verfahren und die Lösungsqualität? Wieviel muss ich von der zugrundeliegenden Lösungsmethodik verstehen?
- *psycho-soziale Ebene*: Werde ich zum Sklaven des Computers oder sogar überflüssig? Überfordert mich die Erlangung von benötigtem Zusatzwissen?
- *operative Ebene*: Erleichtert das neue System meine Arbeit wirklich? Lässt es sich in die operativen Arbeitsabläufe integrieren? Ist es gut bedienbar und stabil?

Auf die Mittel und Wege, um diese Fragen für den Anwender zufriedenstellend zu beantworten, soll hier nicht detailliert eingegangen werden. Als Stichworte seien höchstens zu nennen: frühzeitiger Einbezug der vorgesehenen Anwender in den Entwicklungsprozess, Transparenz und Offenheit bzgl. der Leistungsfähigkeit und des geplanten Einsatzumfangs des endgültigen Instrumentariums, Beachtung von Benutzerwünschen, Augenmerk auf Stabilität und komfortable Bedienbarkeit, Einweisung und Schulung, etc.

Nur wenn die obengenannten Aspekte das 'Mensch-Maschine-Verhältnis' nicht übermässig belasten, kann mit einem Erfolg des Projektes gerechnet werden. Ansonsten besteht die Gefahr der Ablehnung der Software-Instrumente: Es droht das Scheitern des gesamten Projekts und damit verbunden unausweichliche Effizienz-Verluste.

4.4 **Weitere Klassen von Optimierungsproblemen**

Die bisher bereits genannten Klassen von Optimierungsproblemen werden in diesem Unterabschnitt um zwei weitere ergänzt, welche sich aufgrund ihrer jeweiligen Charakteristika für die Modellierung spezifischer realer Problemstellungen besonders eignen.

4.4.1 Optimierungsprobleme mit Netzwerk-Repräsentation

Bei dieser Klasse handelt es sich um Optimierungsprobleme, bei denen die reale Problemstellung mittels eines *Netzwerks* modelliert wird, d.h. mit einer abstrahierten Struktur, welche aus *Knoten* und *Kanten* besteht.

Die Knoten können z.B. konkret fassbare Systemkomponenten darstellen, wie etwa Arbeitsstationen in einem produzierenden Betrieb, Umschlagplätze eines Distributionssystems, Energieerzeugungs- oder Umspannstationen in einem Stromübertragungsnetz usw.; aber auch eher abstrakte Komponenten sind abbildbar, z.B. zukünftige Arbeitsschritte eines Projektplans oder durch Arbeitskräfte auszuführende Jobs.

Die Kanten ermöglichen es, *Flüsse* zwischen den Knoten abzubilden, wobei sich die Kanten durch verschiedene Charakteristika auszeichnen:

- Die Kanten können *gerichtet* sein (reale Streckenlänge, Transportkosten von Waren, Fliesszeiten, etc.),
- die Höhe der Flüsse kann nach oben und/ oder unten *beschränkt* sein (maximale Kapazität eines Fliessbands, mindestens 2 LKW-Transporte pro Tag, maximaler Durchfluss einer Stromleitung, etc.), und
- die Kanten können *gerichtet* sein, d.h. Flüsse sind eventuell nicht in beiden, sondern nur in einer Richtung zulässig (notwendige Schrittfolge einer Produktbearbeitung, Zwischenlager liefern nicht zurück ans Zentrallager, Einbahnstrassen, etc.).

Die Höhe der Flüsse durch alle Kanten stellen die eigentlichen Entscheidungsvariablen des Optimierungsproblems dar, d.h. über sie wird im Lösungsverfahren optimiert. Ein Fluss darf hierbei nicht automatisch als eine geographische Ortsveränderung der entsprechenden 'fliessenden' Einheiten angesehen werden: Im angesprochenen Beispiel der verschiedenen Jobs, welche durch gewisse Arbeitskräfte bei möglichst minimaler Gesamtarbeitszeit auszuführen sind, handelt es sich um ein sog. *Zuordnungsproblem*, die Flüsse entsprechen hierbei den Arbeitszeiten, welche die einzelnen Arbeitskräfte für die einzelnen Jobs aufwenden.

Unabhängig davon, welche realen Komponenten sich hinter einer Netzwerk-Repräsentation verbergen, lassen sich typische Restriktionen für solche Optimierungsprobleme auflisten:

- Die Summe aller Zuflüsse muss der Summe aller Abflüsse entsprechen (Prinzip der *Flusserhaltung*). In einem Knoten können sich die Zuflüsse jedoch um einen gewissen Anteil reduzieren (Schwund, Ausschuss, Selbstverbrauch, etc.).
- Die gesamten Zuflüsse bzw. Abflüsse eines Knotens müssen maximalen oder minimalen Beschränkungen gehorchen.
- Ein oder mehrere Knoten stellen *Quellen* bzw. *Senken* dar. (Eine Quelle ist ausschliesslich durch solche gerichtete Kanten an das Netzwerk angebunden, die vom Knoten weg führen; eine Senke hingegen ist nur durch solche gerichtete Kanten an das Netzwerk angebunden, die in den Knoten hinein führen.)

Die Tatsache einer zugrundeliegenden Netzwerk-Struktur bedeutet nicht, dass die damit zu beantwortenden Fragestellungen gleicher Natur sind. Den Fragestellungen gemeinsam ist sicherlich, dass immer eine gewisse Zielgrösse minimiert oder maximiert werden soll. Jedoch können je nach Ausrichtung und Ausgestaltung des Netzwerks verschiedenste Zielgrössen betrachtet werden, welche sich z.B. auf Kosten, Zeiten, Weglängen oder die Höhe von Durchflüssen beziehen.

Aufgrund der oben angedeuteten Vielzahl der unterschiedlichen Netzwerk-Repräsentationen lässt sich ein breites Spektrum an Fragestellungen untersuchen, wenn das Netzwerk adäquat konzipiert und die zu optimierende Zielgrösse entsprechend der Fragestellung spezifiziert wurde. In der folgenden Aufstellung werden drei exemplarische Fragestellungen aufgezeigt, welche sich im Rahmen einer Netzwerk-Optimierung beantworten lassen.

- Wie gross sind die minimalen Kosten eines Flusses von 100 Mengeneinheiten in einem Netz mit einer Quelle und einer Senke?
- Welches ist der maximal (im Sinne der Kanten-Bewertungen) mögliche Fluss durch das Netzwerk?
- Welches ist der kürzeste Weg zwischen der Quelle Q und der Senke S?

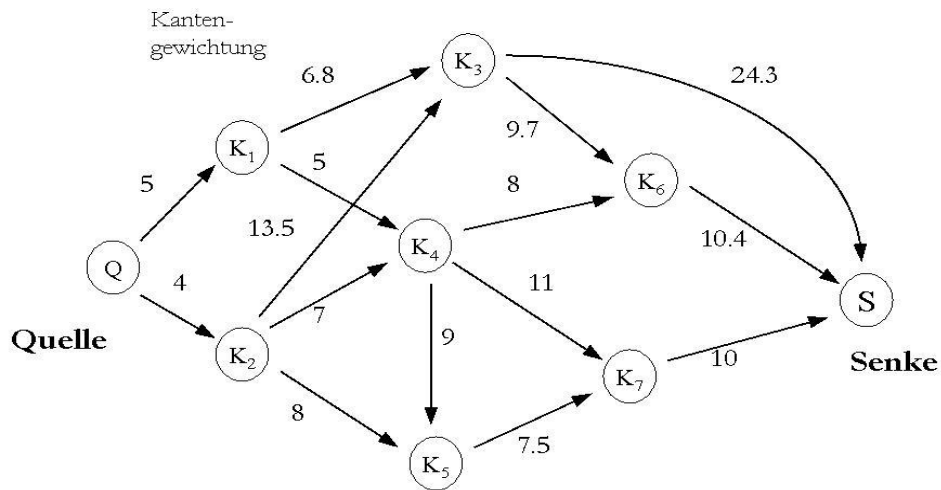


Abbildung 7: Exemplarisches Netzwerk

Abbildung 7 stellt ein Beispiel für ein gerichtetes und gewichtetes Netzwerk mit genau einer Quelle, genau einer Senke und sieben Zwischenknoten $K_1, \dots, K_7$ dar, d.h. der Fluss muss aus der Quelle Q starten und schliesslich in der Senke S enden, wobei die Kanten zwischen allen Knoten gemäss ihrer Richtung (d.h. in Pfeilrichtung) durchlaufen werden müssen. Die Zahlen neben den jeweiligen Kanten geben deren Gewichtung wieder: Je nach Fragestellung kann es sich hierbei z.B. um Kosten beim Durchlaufen der Kante, um die Länge der Kante oder um den maximal zulässigen Fluss durch die Kante handeln.

Zum Abschluss soll an dieser Stelle betont werden, dass alleine das Aufstellen eines Netzwerk noch keine zwingende Festlegung für das anschliessend einzusetzende Lösungsverfahren ist. Bei sehr kleinen Netzwerken ist es durchaus möglich, mit einem geeigneten Algorithmus direkt auf der grafischen Darstellung des Netzwerkes zu arbeiten. Bei grösseren Netzwerken – einhergehend mit der Notwendigkeit einer Rechnerunterstützung – können als Lösungsverfahren (a) implementierte Algorithmen eingesetzt werden, welche speziell auf die Netzwerkstruktur ausgerichtet sind, oder (b) Standardverfahren zur Lösung verwendet werden, welche dann aber die Modellierung des Netzwerkes und der zu optimierenden Zielgrösse als ein entsprechendes formalmathematisches Optimierungsproblem nötig machen. So kann z.B. die Frage nach dem maximalen Fluss durch ein Netzwerk in Form eines gewöhnlichen linearen Optimierungsproblems modelliert werden.

4.4.2 Kombinatorische Optimierungsprobleme

Ein *kombinatorisches Optimierungsproblem* zeichnet sich dadurch aus, dass die Menge der möglichen Entscheidungen *endlich* ist. Im Gegensatz zu Optimierungsproblemen mit *reellwertigen* Entscheidungsvariablen, bei denen ein Kontinuum von zulässigen Entscheidungen vorliegt, sind bei kombinatorischen Optimierungsproblemen also auch die zulässigen Bereiche jeweils endlich.

Die Namensgebung beruht auf der inhaltlichen Bedeutung der *Kombinatorik*, welche sich mit den möglichen Anordnungen endlich vieler Objekte befasst, z.B. den verschiedenen Permutationen von endlich vielen Zahlen. Lassen sich solche Anordnungen numerisch bewerten und legt man damit eine (zu minimierende oder zu maximierende) Zielfunktion fest, so handelt es sich um ein kombinatorisches Optimierungsproblem.

Die nachstehende Liste enthält eine Auswahl verschiedenster kombinatorischer Optimierungsprobleme:

- Bestimmung kürzester oder längster Wege zwischen zwei Knoten in Netzwerken
- Bestimmung optimaler Flüsse in Netzwerken
- Umladeprobleme (Frage nach dem kostengünstigsten Transport von Gütern von Angebotsorten über Umladeorte zu Nachfrageorten)
- Zuordnungsprobleme
- sog. Handlungsreisendenprobleme, auch *Traveling Salesman Problemen* genannt (Planung optimaler Rundreisen, z.B. bei der Belieferung von Kunden)

- Maschinenbelegungsplanung (optimale Einplanung von Aufträgen, welche auf bestimmten Maschinen ausgeführt werden müssen)
- Ressourcenplanung in Projekten (Festlegung für jeden Zeitpunkt des Projektablaufes, welche ressourcen-aufbrauchende Vorgänge – unter Beachtung der Anordnungsbeziehungen zwischen den Vorgängen – gerade ausgeführt werden; Ziele können z.B. sein: (i) bei vorgegebener Projektdauer ein möglichst gleichmässiger Ressourcenbedarf über die Projektdauer hinweg, oder (ii) eine möglichst kurze Projektdauer unter Beachtung beschränkter Ressourcen.)

Bei einigen dieser kombinatorischen Optimierungsprobleme handelt es sich um “*leichte*” Probleme, d.h. die entstehenden Optimierungsaufgaben sind mit polynomialen Rechenaufwand lösbar: Zu dieser Kategorie gehören etwa die ersten vier Optimierungsprobleme aus der vorstehenden Liste.

Neben diesen leichten Problemen existieren “*schwere*” kombinatorische Optimierungsprobleme, die nach derzeitigem Wissensstand nur mit exponentiellem Rechenaufwand lösbar sind: Zu dieser Kategorie zählen z.B. die letzten drei Optimierungsprobleme aus der vorstehenden Liste. Diese schweren Probleme werden i.d.R. mittels Verfahren “gelöst”, welche zwei verschiedenen Lösungsprinzipien folgen:

(1) *Branch-and-Bound Verfahren*

Diese Verfahren sind i.a. auf spezielle Unterklassen von kombinatorischen Optimierungsproblemen zugeschnitten. Bei ihnen handelt es sich um sog. *exakte Verfahren*, d.h. sie liefern stets eine optimale Lösung (falls eine solche existiert). In der Regel erfordern sie einen exponentiellen Rechenaufwand. Auf das Prinzip der Branch-and-Bound Verfahren soll an dieser Stelle nicht weiter eingegangen werden; für eine Einführung in diese Thematik siehe z.B. Neumann und Morlock [2], S. 393 ff.

(2) *Heuristische Verfahren*

Diese liefern i.a. nur Näherungslösungen (*suboptimale Lösungen*) an die theoretisch optimale Lösung. Sie stellen demnach keine exakten Verfahren dar, haben i.d.R. aber lediglich einen polynomialen Rechenaufwand.

5 Simulation

Die in Abschnitt 3 gegebene Kurzdefinition hat das Wesen der Simulation bereits in sehr allgemeiner Form eingeführt: Simulation als zielgerichtetes Experimentieren an Modellen, welche der Wirklichkeit nachgebildet sind. Mittels der Simulation – also der zielgerichteten Veränderung der relevanten Einflussgrößen – können Rückschlüsse auf das reale System gezogen werden. In dieser allgemeinen Terminologie beinhaltet der Begriff der Simulation auch z.B. Sandkastenspiele zur Simulation von militärischen Gefechtstaktiken oder Pilotenschulungen im Flugsimulator.

Gemäss der inhaltlichen Ausrichtung dieses Abschnitts werden wir uns im Folgenden nur für die Simulation als Methode des *Management Science* interessieren. In diesem Sinne ist die Methode immer dann sinnvoll anwendbar, wenn sich ein Problem durch ein mathematisches Modell nicht hinreichend beschreiben lässt bzw. allzu vereinfachende Annahmen getroffen werden müssten, wenn kein analytisches Lösungsverfahren existiert oder wenn ein Lösungsverfahren einen zu hohen Rechenaufwand erfordern würde.

Wie jedes Modell sind auch die für die Simulation benötigten Modelle vereinfachte Darstellungen realer Systeme, welche durch Abstraktion und/ oder Reduktion gewonnen werden. Hierbei ist es von entscheidender Bedeutung, dass die eigentliche Modellbildung von der Zielsetzung der Untersuchung aus begonnen werden muss: Das Modell kann erst dann sinnvoll definiert werden, wenn grundsätzlich feststeht,

- welche Kenngrößen zur Beurteilung von Betriebskonstellationen⁹ geeignet sind,
- welche Konstellationen überhaupt bedacht werden sollen und
- welche Randbedingungen zu beachten sind.

Da ein Simulationsmodell ein reales System sehr detailliert abbilden kann, ist der geeignete Detaillierungsgrad sorgfältig zu bestimmen. Bei einer zu hohen Detaillierung steigen sowohl der Zeitbedarf zur Modellerstellung als auch die Rechenzeiten für die einzelnen Experimente; somit können i.d.R. insgesamt weniger Konstellationen untersucht werden, und man läuft Gefahr, dass das Gesamtergebnis der Simulationsstudie an Aussagekraft verliert. Hingegen bei einem zu geringen Detaillierungsgrad führen die einzelnen Konstellations-Betrachtungen zu vergrößerten und somit nicht voll verwendbaren Ergebnissen.

Nur bei einem günstig gewählten Detaillierungsgrad, aussagekräftigen Kenngrößen und realistisch konzipierten Konstellationen lassen sich aus den Experiment-Erkenntnissen Massnahmen ableiten oder Handlungsstrategien entwerfen, welche zielgerecht auf das reale System einwirken.

⁹ Zum Begriff der Betriebskonstellation siehe Beginn von Abschnitt 3.

5.1 ***Einsatz und Notwendigkeit von Simulation***

Simulation selbst ist als Methode i.d.R. relativ aufwendig und zeitintensiv. Für Aufgabenstellungen, welche mit alternativen Methoden beantwortet werden können – seien es nun analytische Verfahren der Optimierungslehre, Tabellenkalkulationen, etc. – ist daher der Einsatz von Simulation ineffektiv. Für einen sinnvollen Einsatz der Simulation als solche lassen sich die folgenden Grundregeln angeben:¹⁰

- Es soll das zeitliche Ablaufverhalten eines Systems untersucht werden. (Eine Simulation liefert keine Aussagen über Systeme, die nicht durch zeitliche Schwankungen im Verhalten gekennzeichnet sind!)
- Die Grenzen analytischer Methoden sind erreicht, so dass nur noch das Durchspielen des Systems zu neuen Erkenntnissen führt.
- Komplexe Wirkungszusammenhänge verhindern die Erfassung der Systemdynamik in einfachen Gleichungen.
- Experimente am realen System sind nicht möglich oder zu kostenintensiv.
- Das zu untersuchende reale System ist zumindest in einem wesentlichen Teilaspekt neu, so dass nicht aus der Erfahrung heraus hinreichend sicher auf das Verhalten des Systems geschlossen werden kann.

Die Simulation unterstützt den Anwender darin, eine gegebene Konstellation qualifiziert zu beurteilen. Zu diesem Zweck werden Kennzahlen (d.h. numerische Ausprägungen der Kenngrößen) ermittelt, die sonst nur im realen System zu bestimmen wären. Oftmals ermöglicht die Simulation sogar die Untersuchung von solchen Kenngrößen, für welche in der Realität aufgrund fehlender Automatisierung verbunden mit organisatorischen Problemen des Selbstaufschriebs die konkreten Kennzahlen gar nicht bestimmbar sind.

Die Analyse einer Konstellation in einem Simulationsexperiment stellt eine Probe dar, und eben nur eine Probe, innerhalb des zielgerichteten Ausprobierens (lat. *experimentum*, Probe, Versuch). Ein erfolgreicher Einsatz von Simulation bedingt daher, dass mehrere bis viele Experimente mit verschiedenen Konstellationen durchgeführt werden. Hierbei ist zu betonen, dass die Experimente am Modell stattfinden: Gewonnene Erkenntnisse auf der Basis der Simulationsergebnisse stellen daher primär auch nur Aussagen über das Modell dar und nicht unbedingt über das reale System. Die Übertragbarkeit der Erkenntnisse auf die Realität hängt stets vom Abstraktionsgrad ab, welcher bei der Modellbildung gewählt wurde.

Voraussetzung für eine Erkenntnisgewinnung aus der Simulation ist klarerweise, dass der Anwender auch tatsächlich nützliche Informationen aus den Simulationsexperimenten ziehen kann. Dies kann auf zwei Arten geschehen: über eine Animation oder mittels der während des Simulationslaufes aufgezeichneten Kenngrößen.

Die Animation stellt den direktesten Zugang zum Simulationsmodell dar, da der Anwender das Verhalten des abgebildeten Systems oder dessen Teilausschnitten im Zeitablauf visuell verfolgen kann – schematisch oder manchmal sogar sehr originalgetreu durch 3-D-Darstellung. Eine solche Animation erfordert jedoch einen erheblichen Speicherbedarf des eingesetzten Computersystems. Ausserdem ist bei komplexeren Simulationsmodellen die Animation eher nur dazu geeignet, beim Anwender ein Verständnis für die Situation zu vermitteln, ähnlich einer Begehung der Situation vor Ort im Betrieb. Für langfristig relevante Aussagen, welche etwa die Einschätzung von Konstellationen oder die Beurteilung alternativer Varianten betreffen, eignet sich vielmehr die Aufzeichnung der zeitlichen Veränderungen der Kenngrößen über die einzelnen Simulationsläufe hinweg: Auf diese Weise lassen sich – ähnlich einer Betriebsdatenerfassung – verdichtete Kennzahlen gewinnen, die in nachgeschalteten Analysen untersucht werden können. Unerwartete bzw. unverständliche Effekte in den aufgezeichneten Zeitreihen der Kenngrößen können dann aber wiederum mit der Animation des betreffenden Zeitausschnittes genauer betrachtet werden.

5.2 ***Simulationsarten und Modellbildung***

Simulationen werden nach zwei Kriterien unterschieden: Das erste Kriterium (1) bezieht sich auf die Art der zeitlichen Zustandsänderungen, während das zweite Kriterium (2) den Einfluss von Zufälligkeiten betrifft. So unterscheidet man die Simulationsarten wie folgt hinsichtlich der

(1) Zustandsänderungen:

- die *diskrete Simulation*, bei der sich die Zustände des zu simulierenden Systems in Zustandsprüngen zu diskreten Zeitpunkten ändern (diskontinuierlich). Diese Simulationsart ist weit verbreitet und wird hauptsächlich eingesetzt bei Simulationen des betrieblichen Geschehens, insbesondere bei Anwendung in Systemen der Logistik, des Materialflusses, der Produktion, der Telekommunikation, etc.
- die *kontinuierliche Simulation*, welche sich durch kontinuierliche, also zeit-stetige, Zustandsveränderungen auszeichnet; diese Simulationsart ist hauptsächlich in naturwissenschaftlichen Modellen anzutreffen. Als exemplarische Einsatzgebiete können die Robotik, chemische oder thermische Prozesse, elektrische Systeme oder Öko-Systeme genannt werden.

¹⁰ vgl. Rabe [4], S. 7

Auf der anderen Ebene unterscheidet man die Simulationsarten wie folgt hinsichtlich des

(2) Einflusses von Zufälligkeiten:

- die *deterministische Simulation*, bei welcher alle Daten und Entscheidungsregeln, welche in das Simulationsmodell einfließen, als konstant und bekannt angesehen werden. Die Abbildung des realen Systems in ein Simulationsmodell erfolgt somit unter Ausschluss jeglicher stochastischer Einflüsse; d.h. das Verhalten aller Systemkomponenten sowie die Auswirkungen ihrer Interaktionen sind explizit voraussagbar.
- die *stochastische Simulation*, bei welcher das Simulationsmodell Elemente beinhaltet, deren Eigenschaften und/ oder wechselseitige Beziehungen vom Zufall abhängen. Anders als bei der deterministischen Simulation werden also nicht alle Daten und Entscheidungsregeln als eindeutig gegeben betrachtet.

In der Praxis ist die Annahme, es läge ein deterministisches Simulationsmodell vor, nur in wenigen Fällen realistisch; denn für komplexere Systeme lassen sich nur in seltenen Fällen eindeutige Aussagen über alle Zusammenhänge der Komponenten machen.

Für stochastische Simulationen müssen für die Wahrscheinlichkeiten des Eintretens zufälliger Ereignisse deren zugrundeliegende Verteilungsgesetze ermittelt werden. Dies bedingt eine Analyse vorhandener Daten bzw. im Falle ihres Fehlens eine empirische Erhebung der benötigten Daten. Zudem stellt sich natürlich das Problem, dass – weil der “Input” des Simulationslaufes zufällige Einflüsse erfährt – auch die resultierenden Kennzahlen lediglich zufällige Stichproben darstellen. Um also Aussagen mit einer gewissen statistischen Genauigkeit machen zu dürfen, muss mit möglichst geringem Aufwand eine möglichst grosse Stichprobe erzeugt werden; hierzu werden insbesondere spezielle *Monte-Carlo-Methoden* herangezogen, um die benötigten Zufallszahlen zu erzeugen.

Modellbildung und Simulations-Anwendung¹¹

Die grundlegende Funktion eines Modells ist die Abbildung eines wirklichen oder eines gedachten Systems (im Folgenden als *Original* oder als *reales System* bezeichnet). Während der Überführung des Originals in ein Modell findet i.d.R. eine Reduktion und eine Abstraktion statt: Als irrelevant erachtete Merkmale des Originals werden ausgeklammert, und auch bei den relevanten Merkmalen – d.h. jene, welche innerhalb des Modells abgebildet werden sollen – findet häufig eine Idealisierung oder Simplifizierung statt. Bei der Modellbildung wird durch Reduktion und Abstraktion die Komplexität des Originals reduziert und beherrschbar gemacht.

Der eigentliche Prozess der Modellbildung lässt sich in mehrere Phasen unterteilen:

- Ausgehend vom realen System und der zu untersuchenden Fragestellung wird ein sog. *informales konzeptuelles Modell* entworfen.
Hierbei handelt es sich um ein gedankliches Modell gemäss der Vorstellung des Modellentwicklers, welches ein Produkt der oben genannten Reduktion und einer Abstraktion ist. Die Beschreibung der relevanten Systemgrössen und ihre Beziehungen werden zunächst informal beschrieben mit Hilfe von deskriptiven oder grafischen Mitteln, etwa umgangssprachliche Texte, Flussdiagramme, Petri-Netze o.ä.
In dieser Phase erfolgt auch die Wahl eines geeigneten Modelltyps (deterministisch, stochastisch, diskret, kontinuierlich; vgl. Abschnitt 5.2)
- In der nächsten Phase erfolgt die *formale Spezifikation* des informalen konzeptuellen Modells. Das Ergebnis ist eine genaue Beschreibung des Modells in einem adäquaten Formalismus.
Die Modellabläufe diskreter Modelle werden i.w. durch algorithmische Beschreibungen abgebildet, etwa durch Schleifen, Verzweigungen und Aktionssequenzen. Kontinuierliche Modelle hingegen werden durch Differentialgleichungen beschrieben.
Wurde ein stochastisches Simulationsmodell gewählt, so bedarf es zusätzlich noch statistischer Schätzwerte für die Parameter stochastischer Modellgrössen.
- In der Phase der Modell-Implementation wird das formale konzeptuelle Modell in ein ablauffähiges Computerprogramm überführt.
Je nach Modelltyp, -grösse, gewünschter Flexibilität und vorhandener Hardware ist hierbei zu entscheiden, ob eine geeignete allgemeine höhere Programmiersprache (C++, Pascal, etc.), eine spezielle Simulationssprache (d.h. eine Programmiersprache, welche spezielle simulationsspezifische Basisfunktionen bereitstellt, aber nicht über die Flexibilität einer höheren Programmiersprache verfügt) oder sogar ein spezielles Simulationspaket (d.h. eine Entwicklungsumgebung mit vorgefertigten Modellelementen – Fahrzeuge, Bedienstationen, Hochregale, etc. –, *Drag-and-Drop-Features*, Animation, usw.) eingesetzt wird.

In Abbildung 8 werden die Modellbildung, der Einsatz des Computerprogramms in Simulationsexperimenten sowie das Ziehen von Rückschlüssen auf das reale System als zyklischer Prozess dargestellt. Letzterer lässt sich wie folgt zusammenfassen:

Das abzubildende reale System wird durch den Prozess des Modellentwurfs in ein konzeptuelles Modell überführt.

¹¹ In den folgenden Ausführungen sowie in Abschnitt 5.3 orientieren wir uns i.w. an Page [3], Kap. 1.

Durch die Aktivität der Implementation entsteht aus der formalen Spezifikation des Modells ein ablauffähiges Computerprogramm. Mittels vieler Rechenläufe dieses Programms werden Simulationsexperimente durchgeführt, d.h. verschiedenste Konstellationen werden durchgespielt. Als Ergebnis der Experimente ergeben sich das jeweilige Verhalten der Kenngrößen im Ablauf über den simulierten Zeithorizont hinweg. Durch eine geeignete Interpretation der gewonnenen Kennzahlen lassen sich in gewissem Ausmass Rückschlüsse auf das reale System übertragen. Nach dieser Übertragung ist die gesamte Simulationsstudie aber nicht unbedingt beendet, sondern es kann erneut in den soeben geschilderte Ablauf eingetreten werden: Auf der Grundlage der übertragenen Rückschlüsse wird eine neue Variante des (wirklichen oder gedachten) Systems bestimmt und das Simulationsmodell entsprechend angepasst. Der Kreislauf kann solange fortgesetzt werden, bis die Simulation aus Sicht des Anwenders zufriedenstellende Ergebnisse in dem Sinne produziert hat, dass das Modell das reale System adäquat abbildet und die modell-immanenten Entscheidungsregeln unter realistischen Konstellationen zu Kennzahlen führt, welche den Anforderungen der Unternehmung genügen.

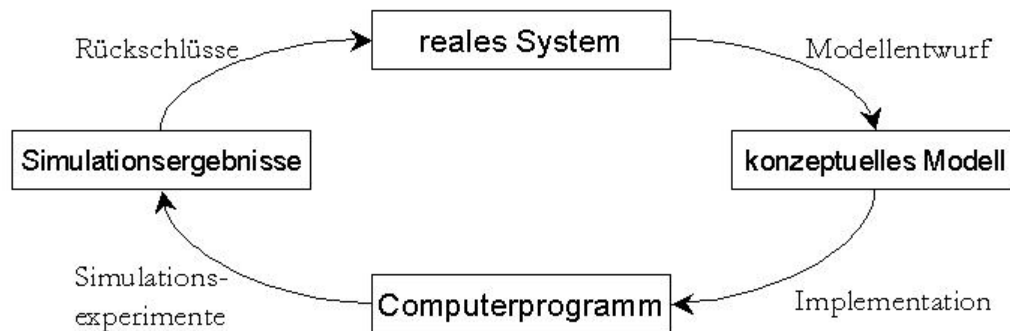


Abbildung 8: Simulation in schematischer Darstellung

5.3 **Potenzial und Probleme bei der Modellbildung und Simulations-Anwendung**

In den vorangegangenen Abschnitten wurden bereits einige Vorteile der Methode Simulation angesprochen. Daher wird im Folgenden nur in komprimierter Form auf das Potenzial bei der Modellbildung und der Simulations-Anwendung eingegangen. (Die genannten Potenziale bzw. Probleme/ Risiken greifen hierbei nicht nur für die Simulation als Methode des *Management Science*, sondern teilweise auch für die Simulation als weiter gefassten Begriff; vgl. Beginn von Abschnitt 5.)

Potenzial

- *Verzicht auf Redexperimente:* Simulation ist immer dann nützlich, wenn Experimente am realen System nicht möglich sind, sich aus anderen Gründen verbieten oder einfach nur zu teuer sind.
- *Strategieentwicklung:* Simulation unterstützt bei der Analyse und Beurteilung alternativer Handlungsstrategien im Umgang mit komplexen, realen Systemen.
- *Frühwarnsystem:* Hypothetische oder tatsächlich geplante Eingriffe in ein reales System können auf ihre Konsequenzen hin untersucht werden. Vor ungeplanten oder unerwünschten Auswirkungen spezifischer Massnahmen kann somit rechtzeitig gewarnt werden.
- *Erhöhter Informationsstand:* Die Modellbildung und Durchführung von Simulationsexperimenten vergrössern den Blickwinkel der Anwender und erhöhen deren Informationsstand. Innerhalb von Planungs- und Entscheidungsprozessen kann dieser Umstand zu einer fundierteren Beurteilung hypothetischer Massnahmen beitragen.
- *Bewältigung von Systemkomplexität:* In komplexen Systemen mit vielen Komponenten und wechselseitigen Interaktionen lassen sich die relevanten Komponenten und die damit verbundenen Prozesse kaum mehr isoliert betrachten, so dass der menschliche Verstand bei der Erfassung des Gesamtsystems überfordert wäre. Hierfür stellt die Simulation mit ihrer systemtheoretischen Modellbildung und der Computerunterstützung inklusive Animation eine geeignete Abhilfe dar.
- *Besseres Systemverständnis:* Auch ohne die Durchführung von Simulations-Experimenten führt der Prozess der Modellbildung zu einem profunderen Verständnis des realen Systems beim Entwickler. Denn bereits die Formulierung des Realsystems als informales konzeptuelles bzw. formal spezifiziertes Modell sowie die

Implementation erfordern eine detaillierte Analyse des realen Systems, fördern das Verständnis der systemimmanenten Logik und bewirken eine Reflexion über einflussende Prämissen (vereinfachende Annahmen, Expertenwissen, etc.). Durch den phasenweisen Modellbildungsprozess können so Fehler, Unzulänglichkeiten oder Inkonsistenzen im Modell-Konzept und in der Ausformulierung aufgedeckt werden.

- *Modulare Entwicklung:* Sofern (Sub-)Modelle, welche zur Beantwortung einer speziellen Fragestellung entwickelt wurden, als 'offene' Bausteine konzipiert und implementiert wurden, können sie für andere oder umfassendere Problemstellungen weiterverwendet werden. Dies erlaubt ein modulares Wachstum sowohl der Modelle als auch der Computerprogramme zur Beantwortung immer weiter gefasster Fragestellungen.
- *Analyse der vorhandenen Datenbasis:* Im Zuge der formalen Spezifikation des informal Modells (welche eine Quantifizierung aller Systemgrößen vorausgesetzt und statistische Schätzwerte u.a. für stochastische Modellgrößen benötigt werden) können Datenlücken aufgedeckt und die Erhebung fehlender Daten angeregt werden. Überdies stellt ein eventueller Bedarf an fortwährend aktualisierten Daten einen Anstoß dar zum Aufbau eines Online-Informationssystems dar, welches den aktuellen Systemzustand wiedergeben kann.

Probleme und Risiken

- *Mangelnde Validität des Simulations-Modells:* Abstraktion, Reduktion und Idealisierung während des Modellbildungsprozesses ziehen notwendigerweise eine Entfernung von der Realität nach sich. Insbesondere in realen Systemen mit wichtigen qualitativen Einflussfaktoren – wie etwa Ökosysteme, (sozio-)ökonomische Systeme o.ä. – ist es äusserst schwierig, die nötigen Quantifizierungen vorzunehmen. Dies erhöht einerseits das Modellrisiko und führt andererseits zu Zweifeln an der Realitätsnähe des Modells.
- *Überbewertung von Simulations-Ergebnissen:* Eine Überbewertung der Ergebnisse von Simulations-Experimenten kann durch zweierlei Ursachen begründet sein.
Erstens, kann der Anwender sich dazu verleitet sehen, Simulations-Ergebnisse als Tatsachen aufzufassen, weil er nicht genug sensibilisiert ist, dass das Computerprogramm am Ende einer mehrstufigen Modellbildungsprozesses steht und lediglich die ausführbare Beschreibung eines möglichen Modell des realen Systems darstellt.
Zweitens wird vielfach dem Computer eine Scheinobjektivität seitens des Anwenders unterstellt, d.h. aufgrund einer übermässigen Gläubigkeit in das Medium Computer werden die Ergebnisse ohne kritische Hinterfragung oder Interpretation in den Stand von objektiven Fakten erhoben.
- *Hoher Entwicklungs- und Anwendungsaufwand:* Hinter den einzelnen Phasen des Modellbildungsprozesses und der Implementation verbergen sich jeweils ein hoher Arbeitsaufwand. Nicht zu vernachlässigen sind hierbei insbesondere die nötige *Validierung* der konzeptuellen Modelle (d.h. Prüfen, ob das konzeptuelle Modell die wesentlichen – gemessen an der zu untersuchenden Fragestellung – Systemkomponenten, -eigenschaften und –beziehungen ausreichend detailliert und korrekt erfasst), die *Verifikation* des Computer-Modells (d.h. durch systematische Tests des Computerprogramms wird geprüft, ob letzteres eine korrekte Implementation des formalen konzeptuellen Modells darstellt) sowie dessen *operationale Validierung* anhand der Simulationsergebnisse. Weiterhin ist zu beachten, dass auch die in der Simulationsstudie durchzuführenden Simulationsexperimente viel Zeit in Anspruch nehmen können.
Insgesamt besteht somit die Gefahr, dass aufgrund der stetigen Entwicklung des realen Systems die Simulationsergebnisse bei deren Vorliegen längst überholt sind.
- *Fehleranfälligkeit:* Fehler bzw. Inkonsistenzen können in bzw. zwischen allen Phasen des Modellbildungsprozesses entstehen, welcher durch seine Komplexität hohe Anforderungen an die Qualifikation der Entwickler stellt. Bei einer Vernachlässigung der im vorigen Punkt genannten Untersuchungsschritte der Validierung und Verifikation werden Fehler und Inkonsistenzen zu spät oder sogar nie erkannt; die Folge können irreführende oder schlichtweg falsche Simulations-Ergebnisse sein.
Auf der rechentechnischen Ebene existiert das Problem numerischer Fehler, d.h. leichte Ungenauigkeiten können sich im Simulationslauf zu beträchtlichen Verfälschungen kumulieren. Bei der stochastischen Simulation kann ausserdem eine 'schlechte' Zufallszahlenerzeugung zu schwer erkennbaren Fehlern in den Simulations-Ergebnissen führen.
- *Mangelnde und/oder fehlerhafte Datenbasis:* Fehlt es an Daten, welche zur Entwicklung des Simulations-Modells benötigt werden, oder sind diese sogar in sich fehlerhaft, so werden für die Modellbildung nicht ausreichend empirisch gesicherte oder sogar falsche Schätzungen verwendet. Die Folge ist eine verminderte Aussagekraft der Simulations-Ergebnisse.
- *Mangel an Transparenz:* Die Ergebnisse der Simulationsläufe müssen nachvollziehbar und nachprüfbar sein. Aussenstehenden, wie etwa übergeordneten Entscheidungsträgern, muss die Möglichkeit gegeben werden, alle jene Faktoren einsehen zu können, welche zum Zustandekommen (im allgemeinsten Sinne!) der Simulations-Ergebnisse beigetragen haben. Dies betrifft insbesondere spezielle Prämissen, vereinfachende Annahmen o.ä.,

welche von den Entwicklern bei der Modellbildung angewandt wurden und oftmals nicht oder nur mangelhaft dokumentiert sind.

Die obengenannten Probleme und Risiken sind nicht ausschliesslich typisch für die Methode der Simulation, sondern sie treffen in weiten Teilen in derselben oder einer ähnlichen Weise auch auf die Modellbildung und den Einsatz von Lösungsverfahren innerhalb der Optimierungslehre zu. Bei einer nötigen Abwägung zwischen dem Einsatz von Simulation oder Optimierung sollte der Entscheidungsträger sein Augenmerk daher vielmehr auf die (ausschliesslich!) simulations- bzw. optimierungsspezifischen Vorteile und die Grundregeln zu Beginn von Abschnitt 5.1 richten.

5.4 **Anwendungsbeispiel: Lagerhaltungssimulation**

Bei der Leistungserstellung von produzierenden oder handeltreibenden Unternehmungen sind i.a. viele Arten von verschiedenen Lagern anzutreffen (Zentrallager, Zwischenlager, Verkaufslager, etc.). Allen Lagern gemeinsam ist der Zweck, für einen Ausgleich zwischen Nachfrage und Lieferfähigkeit zu sorgen. Eine wesentliche Aufgabe bei der Konzeptionierung eines Lagerhaltungssystems besteht darin, die Kosten möglichst gering zu halten, allerdings ohne allzu grosse Abstriche an den folgenden Auflagen zu machen:

- Geringe Kapitalbindung durch Lagerhaltung
- Hohe Deckung der Nachfrage
- Keine Schwierigkeiten bei der Zulieferung

Unter diesen Zielen besteht teilweise eine Konkurrenzsituation, denn die Bestellkosten können zumeist nur minimiert werden, indem grosse Mengen bestellt werden (durch Ausnutzen von Rabatten, Boni o.ä.), was wiederum zu erhöhten Lagerkosten führt. Bei der effizienten Abstimmung dieser Ziele aufeinander sieht sich der Entscheidungsträger mit mehreren Fragen konfrontiert, wie etwa Fragen nach den Bestellzeitpunkten, der Bestellmenge(n), der Höhe des Lagerbestandes usw. Die Beantwortung all jener Fragen führt zur Verfolgung einer bestimmten Lagerhaltungspolitik, welche durch mehrere Einflussgrössen beschrieben werden kann, u.a. die Bestellmenge **q** und der Bestellzyklus **t** (Zeitspanne zwischen zwei aufeinanderfolgenden Bestellungen).

Bei stark vereinfachenden Annahmen lässt sich auf analytische Weise – mit Hilfe des Harris-Modells, auch *Laggrösseformel* genannt – eine konstante Bestellmenge errechnen, welche zu minimalen Gesamt-Lagerkosten führt. Jene Annahmen (u.a. konstanter Bedarf pro Zeiteinheit, konstante Lager- und Beschaffungskosten, keine Beschaffungs- oder Lieferzeiten) sind durch die implizit unterstellte Deterministik allerdings derart restriktiv, dass man sich weit von der Praxis entfernt. Realitätsnäher sind stochastische Modelle, die einen unsicheren zukünftigen Bedarf oder auch unsichere Lieferzeiten berücksichtigen. In der Regel gibt es dann aber zur Bestimmung einer guten Lagerhaltungspolitik kein analytisches Verfahren mehr, sondern man ist auf den Einsatz anderer Methoden, wie etwa die Simulation, angewiesen.

Im Folgenden beschreiben wir die Simulation einer weitverbreiteten, einfachen Lagerhaltungspolitik, welche sich durch einen konstanten Bestellzyklus **t** und eine konstante Bestellmenge **q** auszeichnet, unter der Annahme eines stochastischen Bedarfs. Bei der konkreten Festlegung dieser sog. *(t,q)-Politik* steht der Lagerhalter vor den Fragen, wie lang er den Bestellzyklus bemessen soll und wie gross die konstante Bestellmenge sein soll.

Wir betrachten die folgende exemplarische Situation:

- Stochastischer Bedarf pro Monat: normalverteilt mit Erwartungswert 100 Einheiten und einer Standardabweichung von 20
- Bestellkosten C_1 : 50 CHF pro Bestellung
- Lagerkosten C_2 : 2.00 CHF pro Einheit
- Fehlmengenkosten C_3 : 15 CHF pro fehlende Einheit
- Konstante Lieferzeit: 1 Monat

Die bestellte Menge **q** trifft jeweils zu Beginn eines jeden Kalendermonats ein. Fehlmengenkosten treten auf, wenn in einem Kalendermonat der Bedarf grösser als der Anfangsbestand ist; Lagerkosten treten nur für den Restbestand auf, d.h. wenn der Anfangsbestand grösser ist als der Bedarf während des ganzen Monats. Auf die bestellten Mengen werden vom Lieferanten keinerlei Rabatte, Boni o.ä. gegeben, so dass der Einkaufspreis von 34 CHF für die Simulationsläufe – wenn man einmal von der Kapitalbindung absieht – irrelevant ist.

Für die Ermittlung einer guten Lagerhaltungspolitik sind nun der Lagerbestands- und Kostenverlauf für verschiedene Alternativen des Kenngrössen-Tupels (t,q) zu simulieren, also z.B. für (1,100), (3,300) oder (4,425). Die folgende Tabelle 1 stellt einen Simulationslauf für eine (1,100)-Politik bei einem Anfangsbestand von 6 Einheiten dar:

	q	Bestand	Bedarf	Rest- bestand	C_1	C_2	C_3	Gesamt- Kosten
Jan.	100	106	103	3	50	2.25	0	52.25

Feb.	100	103	109	0	50	0	90	140
März	100	100	98	2	50	1.5	0	51.5
April	100	102	102	0	50	0	0	50
Mai	100	100	91	9	50	6.75	0	56.75
Juni	100	109	112	0	50	0	45	95
Juli	100	100	105	0	50	0	75	125
Aug.	100	100	88	12	50	9	0	59
Sept.	100	112	101	11	50	8.25	0	58.25
Okt.	100	111	116	0	50	0	75	125
Nov.	100	100	100	0	50	0	0	50
Dez.	100	100	87	13	50	9.75	0	59.75
Σ					600	37.5	285	922.5

Tabelle 1: Simulation einer (1,100) Lagerhaltungspolitik

Da es sich in diesem Beispiel um einen stochastischen Bedarf handelt, sind auch die resultierenden Gesamtkosten von 922.5 CHF lediglich als eine zufällige Ausprägung der resultierenden (stochastischen) Kostenvariable zu betrachten. Wie bereits in Abschnitt 5.2 angemerkt, bedarf es somit einer grösseren Stichprobe, um zu aussagekräftigen Kennzahlen zu gelangen. Führt man also z.B. 200 Simulationsläufe der (1,100)-Lagerpolitik bei einem Anfangsbestand von 6 Einheiten durch, so erhält man vielleicht das folgende Bild:

- durchschnittliche Gesamtkosten: $C_0 = 846.20$
- (empirische) Standardabweichung der Gesamtkosten: $\sigma_C = 72.55$

Für einen Vergleich mit alternativen Lagerhaltungspolitiken müssen für jede dieser Politiken eine – zumindest annähernd – gleich grosse Anzahl von Simulationsläufen bei selbem Anfangsbestand durchgeführt werden. Hat man dies gemacht, dann ergibt sich möglicherweise die folgende Ergebnissituation:

Politik	C_0	σ_C
(1,100)	846.20	72.55
(2,200)	954.55	85.40
(3,300)	1209.08	49.70
(4,425)	2474.23	190.59

Tabelle 2: Vergleich mehrerer Lagerhaltungspolitiken anhand zweier Kennzahlen

Tabelle 2 gibt aber nur die relevanten Kennzahlen für einen speziellen Anfangsbestand wieder. Um ein komplette Übersicht über das Verhalten der Politiken zu erlangen, müssen analog zum obigen Vorgehen weitere Simulationsläufe für alternative, realistische Anfangsbestände durchgeführt werden.

Ausgehend von den so erlangten Resultaten dieses Simulations-Experiments obliegt es dann dem Entscheidungsträger, vor dem Hintergrund seiner Präferenzen die für ihn “beste” Lagerhaltungspolitik auszuwählen. Als Auswahlkriterium können dann z.B. lediglich die durchschnittlichen Gesamtkosten herangezogen werden; man kann aber die Kennzahlen C_0 und σ_C auch etwa in eine Nutzenfunktion einsetzen oder aber einfach diejenige Politik mit der geringsten Standardabweichung auswählen, um bei der Lagerkosten-Planung auf der sichersten Seite zu sein.

6 Schlusswort

Die Ausführungen in diesem Beitrag zeigen die Komplexität vieler operativer Entscheidungssituationen in der Praxis auf. Das Zusammenspiel von Zeitablauf und Unsicherheit führt zu Problemstellungen, welche mit der menschlichen Intuition alleine kaum mehr zu bewältigen sind. Somit erfordert es adäquate Modelle und Methoden, um das Management bei der Entscheidungsfindung zu unterstützen.

Innerhalb des Fachgebietes *Management Science (Operations Research)* ist eine Vielzahl quantitativer Verfahren entwickelt worden, welche die Ermittlung einer optimalen Entscheidung unter Berücksichtigung situativer Restriktionen erlauben. In diesem Beitrag wurde einige dieser Verfahren kurz eingeführt und deren Nutzen anhand praktischer Problemstellungen exemplarisch dargestellt. Dabei wurde unterschieden zwischen Verfahren der Optimierungslehre,

welche analytisch zu einer optimalen Lösung führen, und Verfahren der Simulation, welche ein “Durchspielen” verschiedener Strategien ermöglichen.

Heutzutage finden solche quantitativen Verfahren vermehrt Einzug in den Management-Alltag. So selbstverständlich, wie für den Anwender die Beherrschung neuer Informations-Technologien geworden ist, erweist sich bereits in vielen Wirtschaftszweigen auch das Verständnis für quantitative Lösungsansätze.

Literatur

- [1] Dantzig, G.B., Thapa, M.N. *Linear Programming 1: introduction*. Springer-Verlag, New York, Berlin, 1997
- [2] Neumann, K., Morlock, M. *Operations Research*. Carl Hanser Verlag, München, 1993
- [3] Page, B. *Diskrete Simulation. Eine Einführung mit Modula-2*. Springer-Verlag, Berlin, 1991
- [4] Rabe, M. Einführung. In: *Simulation in Produktion und Logistik: Fallbeispielsammlung*. Kuhn, K., Rabe, M. (Hrsg.). Springer-Verlag, Berlin, 1998
- [5] VDI (Hrsg.). *Simulation von Logistik-, Materialfluss- und Produktionssystemen Grundlagen*. Richtlinie VDI 3633, Blatt 1. Düsseldorf, 1993