

Klaus Spremann¹

Bedingte Portfolio Optimierung

- 1 Einführende Übersicht
- 2 Eine kurze Rekapitulation der MPT
- 3 Sonstiges Vermögen
- 4 Das optimale Portfolio bei Sonstigem Vermögen
- 5 Die Parameter des Sonstigen Vermögens
- 6 Die optimale Aktienquote
- 7 Zwei Effekte
- 8 Umsetzung in der Praxis

Literatur

¹ Prof. Dr. Dr. h.c. Klaus Spremann, Schweizerisches Institut für Banken und Finanzen, Universität St. Gallen.

1 Einführende Übersicht

Im Zentrum steht ein Finanzinvestor, der neben dem anzulegendem Geldbetrag über „Sonstiges Vermögen“ verfügt. Hierunter stelle man sich Immobilien, Pensionsansprüche, Beteiligungen, Human- und Sozialkapital vor, eventuell korrigiert um Verpflichtungen. Das Sonstige Vermögen ist nicht disponibel. Dennoch wirkt es in die Optimierung des Portfolios hinein, weil der Nutzen der Person von ihrem Gesamtvermögen abhängt. Zudem dürfte das Sonstige Vermögen stochastisch sein und auch dadurch die Asset-Allokation des Finanzkapitals beeinflussen. Als methodischer Rahmen für die derart bedingte Optimierung dient hier die klassische, als Moderne Portfolio Theorie (MPT) oder „Mean Variance“ angesprochene Analyse. Wir betrachten also die Asset-Allokation für eine Periode. Das Portfolio der Finanzanlagen soll aus Aktien und aus Bonds bestehen können. Die Besonderheit der vorliegenden Arbeit: Hinsichtlich des Sonstigen Vermögens wird angenommen, dass es sich stochastisch so wie die „Realwirtschaft“ verhält.

Empirische Schätzungen der Kovarianzen zwischen den Renditen von Aktien, von Bonds und einem Exposure in der Realwirtschaft erlauben es, zahlenmäßige Empfehlungen für die optimale Asset-Allokation herzuleiten. Für einen Investor, der mit unterschiedlichem Gewicht durch sein Sonstiges Vermögen mit der Realwirtschaft verbunden ist, zeigen wir, wie er (in Abhängigkeit seiner Risikoaversion) Geldvermögen auf Aktien bzw. Bonds aufteilt.

Einige Vorläufer für die Asset-Allokation bei weiteren Vermögenskomponenten oder Verpflichtungen seien genannt. Williams (1978, 1979) betont die stochastische Natur von Humankapital und verbindet diese mit der Portfoliotheorie. Bodie/Merton/Samuelson (1992) entwickeln ein dynamisches Modell, in der die Flexibilität des Arbeitseinsatzes modelliert wird. Flexibilität im Arbeitsangebot gestattet es einer Person, höhere Risiken zu tragen. Spremann (1995) und Spremann/Winhart (1997) charakterisieren optimale Portfolios in Abhängigkeit der Phase im Lebenszyklus, mit der sich die Höhe des Humankapitals verändert (das stochastisch sein darf). Kundisch/Zorzi (2008) erweitern das Modell von Spremann und Winhart, um Sozialkapital einzubeziehen. Boscailon (2004), auch wenn weniger formal ausgeführt, integriert das Lebenszyklusmodell in die Asset-Allokation. Der enorme rechnerische Aufwand eines dynamischen Modells mit Allokationsentscheidungen auf jeder Stufe wird in Geyer/Hanke/Weissensteiner (2008) deutlich.

Die vorliegende Arbeit untersucht den Fall, in dem das Sonstige Vermögen, ungeachtet wie es sich im Detail aus Komponenten wie Immobilien, Pensionsansprüchen, Humankapital, Sozialkapital zusammensetzt, sich stochastisch wie die Realwirtschaft verhält, die wiederum durch Änderungen des aggregierten Konsums erfasst wird. Wir entwickeln einen Ansatz, der es ges-

tattet, die optimale Asset-Allokation zahlenmäßig zu konkretisieren. Die als nutzenmaximal erkannte Aktienquote hängt erstens vom Anteil des liquiden Vermögens am Gesamtvermögen ab, zweitens von der Risikoaversion. Die Wirkungen von Variationen dieser beiden persönlichen Merkmale Anteil Finanzkapital und Risikoaversion weisen in unterschiedliche Richtungen. Man stelle sich den Anteil des Sonstigen Vermögens am Gesamtvermögen ($1 -$ Anteil Finanzkapital) als eine Veränderliche vor. Während stark risikoaverse Personen immer weniger auf Aktien setzen, wenn ihr Sonstiges Vermögen (und damit ihr Exposure in der Realwirtschaft) zunimmt, erhöhen risikotolerantere Personen die Aktienquote, wenn ihr Sonstiges Vermögen größer wird. Diese unterschiedlichen Wirkungen eines Exposure in der Realwirtschaft werden hier quantifiziert (Abschnitt 6) und erklärt (Abschnitt 7). Schließlich leiten wir einen Vorschlag für eine Umsetzung der Erkenntnisse in der Praxis des Private Banking ab (Abschnitt 8). Vor diesen Abschnitten mit den Ergebnissen steht eine kurze Darstellung des Modells der Portfoliotheorie (Abschnitt 2) und seiner Erweiterung (Abschnitte 3 und 4) durch Sonstiges Vermögen (wie Immobilien, Rechte, Human- und Sozialkapital).

2 Eine kurze Rekapitulation der MPT

In der Modernen Portfoliotheorie (MPT), so wie sie um 1960 von Markowitz, Lintner, Sharpe und anderen geschaffen wurde, wird ein Investor betrachtet, der sein Geldvermögen auf n Einzelanlagen aufteilt und für eine Periode anlegt. Die n Einzelanlagen – Wertpapiere oder ganze Asset-Klassen – sind durch die Parameter der Renditen (ihrer gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung) beschrieben. Diese Parameter sind die erwarteten Renditen, die Standardabweichungen sowie die Koeffizienten der Korrelationen der Renditen der Einzelanlagen. Die Parameter werden als gegeben angesehen.²

Um die Zusammensetzung des Portfolios, also die Gewichte der n Einzelanlagen, für einen Investor zu bestimmen, muss dessen Nutzenfunktion gegeben sein. Meist wird das Mean-Variance-Kriterium herangezogen. Danach entscheidet der Investor aufgrund des Erwartungswerts seines als Geldbetrag ausgedrückten Anlageergebnisses, von dem ein Vielfaches der Varianz des Anlageergebnisses abgezogen wird.

Dieses Kriterium kann leicht auf Renditen übertragen werden. Gleichsam wird dazu der heute zu investierende Geldbetrag auf 1 normiert. Deshalb besagt das Mean-Variance-Kriterium: Der Investor entscheidet aufgrund der erwarteten Rendite, von der ein Vielfaches der Varianz der Rendite abgezogen wird. Das Vielfache, mit dem die Renditevarianz multipliziert und dann

² Vgl. Rudolph (2006), Elton et. al. (2006), Spremann (2008).

von der erwarteten Rendite abgezogen wird, ist individuell und drückt die persönliche Risikoaversion des Investors aus.³

Der „heutige“ Zeitpunkt der Geldanlage sei 0 und 1 sei der „spätere“ Zeitpunkt, zu dem das Anlageergebnis der Person zur Verfügung stehen wird.⁴ In der wohl einfachsten Variante dieses Grundmodells soll es lediglich zwei Anlagemöglichkeiten geben: Die erste Anlagemöglichkeit habe, bezogen auf die Periode von 0 bis 1, die Gesamrendite R_A . Der Anschauung halber möge man hierbei an die Rendite eines Aktienportfolios denken. Bei Zahlenbeispielen werden wir dieser Identifikation folgen. Die zweite Anlagemöglichkeit habe die Rendite R_B , die als die eines Bondportfolios interpretiert sei.

Auch Bonds oder Renten sind nicht ganz risikofrei, weshalb sowohl R_A als auch R_B (aufgrund der zu $t = 0$ verfügbaren Information) unsicher sind. Die Renditen sollen als Zufallsgrößen beschreibbar sein. Zufallsgrößen werden in dieser Arbeit durch Großbuchstaben symbolisiert, sichere Größen durch Kleinbuchstaben.

Die als gegeben angenommenen Parameter dieser Zufallsgrößen R_A und R_B sind erstens die Renditeerwartungen μ_A und μ_B , zweitens die Standardabweichungen σ_A und σ_B , sowie drittens der Koeffizient der Korrelation $\rho_{A,B}$ der beiden Renditen.

Die Entscheidung, die zu $t = 0$ getroffen werden soll, betrifft den Anteil x des Geldbetrags, der mit der Rendite R_A , also „in Aktien“ angelegt wird. Der restliche Anteil, $1 - x$ wird dann mit Rendite R_B , also „in Bonds“ angelegt.

Die Portfoliorendite, R_p , hat folglich diese Parameter:

$$\begin{aligned} R_p(x) &= x \cdot R_A + (1-x) \cdot R_B \\ \mu_p(x) &= x \cdot \mu_A + (1-x) \cdot \mu_B \\ \sigma_p^2(x) &= x^2 \cdot \sigma_A^2 + (1-x)^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot x \cdot (1-x) \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{A,B} \end{aligned} \tag{1}$$

³ Wenn den Axiomen rationalen Handelns gefolgt wird, muss der Erwartungsnutzen des Anlageergebnisses als Kriterium herangezogen werden. Doch das eben erwähnte Mean-Variance-Kriterium darf, wie einige Autoren ausgeführt haben, als Approximation gewählt werden, siehe: Samuelson (1970); Kroll/Levy/Markowitz (1984), auch wenn dies nicht ohne Kritik blieb und offensichtlich nur für kurze Anlagehorizonte gilt, siehe Pulley (1981).

⁴ Der Zeitabstand muss nicht ein Jahr betragen, er kann länger oder kürzer sein. Doch es wurde oft darauf hingewiesen, dass die Moderne Portfoliotheorie implizit normal verteilte Renditen unterstellt. Das schließt längere Anlagehorizonte aus, für die Gesamtrenditen eher log-normal-verteilt sind, siehe Spremann (2008), Kapitel 13.

Der Investor versuche nun, die Asset-Allokation x so zu bestimmen, dass

$$\Phi[R_p(x)] = E[R_p(x)] - \frac{a}{2} \cdot \text{var}[R_p(x)] \quad (2)$$

maximiert wird. Das Kriterium wird als Funktion $\Psi(x) = \Phi[R_p(x)]$ der Aktienquote x aufgefasst:

$$\begin{aligned} \Psi(x) = & (\mu_B + x \cdot (\mu_A - \mu_B)) \\ & - (a/2) \cdot (x^2 \cdot \sigma_A^2 + (1-x)^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot x \cdot (1-x) \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{A,B}) \end{aligned}$$

Hierin drückt a die Risikoaversion aus.

Beobachtungen und Experimente deuten darauf hin, dass a für fast alle Personen zwischen 1 und 10 liegt.⁵ Das Kriterium, nun $\Psi(x)$, ist eine konkave Funktion der Aktienquote x . Wenn keine Restriktion berücksichtigt werden muss, dann ist das Maximum durch eine Nullstelle der ersten Ableitung $\Psi'(x)$ bestimmt:

$$\begin{aligned} \Psi'(x) = & (\mu_A - \mu_B) \\ & - a \cdot [x \cdot (\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2 \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{A,B}) - \sigma_B^2 + \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{A,B}] \end{aligned}$$

Aus $\Psi'(x) = 0$ ergibt sich die optimale Aktienquote:

$$x = \frac{\mu_A - \mu_B + (\sigma_B^2 - \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{A,B})}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2 \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{A,B}} \quad (3)$$

Ein Spezialfall entsteht, wenn für die zweite Anlagemöglichkeit (Rendite R_B) unterstellt wird, dass sie risikofrei und durch den Zinssatz r_f beschrieben ist. Wird $\mu_B = r_f$, $\sigma_B = 0$, $\rho_{A,B} = 0$ in (3) eingesetzt, so folgt (4), eine bekannte Formel für die optimale Aktienquote:

$$x = \frac{\mu_A - r_f}{a \cdot \sigma_A^2} \quad (4)$$

Zur Erläuterung dieser Formeln (3) und (4) für die optimale Aktienquote sei ein realitätsnahes Zahlenbeispiel eingeschoben. Die Anlage soll sich auf ein Jahr beziehen, $\mu_A = 10\%$, $\mu_B = 5\%$, $\sigma_A = 20\%$, $\sigma_B = 8\%$, $\rho_{A,B} = 0,4$. Der die Risikoaversion ausdrückende Koeffizient sei $a = 2,5$. Die Formel (3) liefert

⁵ Vgl. Friend (1977), Scheicher (2003), S. 73-82, Schwitzer (2008).

eine Aktienquote von 59,5 %. Für die Daten , $\mu_A = 10\%$, $\mu_B = r_f = 5\%$, $\sigma_A = 20\%$, $\sigma_B = 0$, $\rho_{A,B} = 0$ ergibt sich nach (4) die Aktienquote 50 %.

3 Sonstiges Vermögen

Die bislang skizzierte Modellierung baut auf zwei Annahmen auf.

- Die erste lautet, dass der Nutzen allein durch das Vermögen bestimmt wird (über das die Person zu $t = 1$ verfügen kann). Insbesondere beeinflussen weder die Wertentwicklung des Portfolios im Intervall $0 \leq t \leq 1$ noch andere zwischenzeitliche Ereignisse den Nutzen.
- Die zweite Annahme besagt: Das zu $t = 1$ vorliegende Vermögen, das den Nutzen der Person bestimmt, wird mit dem Ergebnis der Finanzanlagen gleichgesetzt. Weitere Komponenten des Vermögens oder auch Schuldpositionen, die den Nutzen der Person ebenso mitbestimmen könnten, bleiben in dieser Grundvariante der Optimierung außer Betracht.

Die erste Annahme steht im Einklang mit der Entscheidungstheorie: Es kommt auf das finale Ergebnis an und nicht auf zwischenzeitliche Entwicklungen. Denn das zu $t = 1$ vorliegende Vermögen kann weiter verwendet werden, insbesondere für Konsum, und dieser stiftet Nutzen. Die zweite Annahme wirkt hingegen speziell. Denn allgemein hängt der Nutzen vom Gesamtvermögen der Person ab und nicht nur von einer Teilkomponente des Gesamtvermögens. Das zu $t = 1$ der Person zur Verfügung stehende Gesamtvermögen dürfte jedoch im Regelfall nicht allein aus den Finanzanlagen bestehen. Es wird zu $t = 1$ weitere Positionen geben, die zum Gesamtvermögen zu rechnen sind. Möglicherweise liegen zu $t = 1$ auch Verpflichtungen vor, so dass das Gesamtvermögen (das für weiteres und für Konsum zur Verfügung steht und daher Nutzen stiftet) entsprechend geringer zu veranschlagen ist.

Zu den weiteren Komponenten des Gesamtvermögens gehören nicht-liquide Positionen wie Immobilien und Ansprüche an Rentenversicherungen, die (ebenso wie das Ergebnis der Finanzanlagen) zu $t = 1$ vorhanden sein könnten. Des Weiteren hält die Person vielleicht Eigentumsrechte an einer Unternehmung, die bei der (zu $t = 0$ anstehenden) Optimierung nicht als disponibel angesehen werden sollen. Weiter ist die zu $t = 1$ vorhandene Fähigkeit zu nennen, mit Arbeit Einkommen zu erzielen (Humankapital).⁶ Bei vielen Personen ist zudem der gesellschaftliche Rahmen wichtig, weil er klar das Wohlbefinden und den Nutzen mitbestimmt (Sozialkapital).⁷ Auch das zu $t = 1$

⁶ Spremann/Winhart (1997), Klos/Langer/Weber (2003).

⁷ Bourdieu (1983), Guiso/Sapienza/Zingales (2004).

vorhandene Sozialkapital muss daher zum Gesamtvermögen gerechnet werden.

Auf der anderen Seite können zu $t = 1$ Verpflichtungen bestehen, welche die Person zu erfüllen hat. Dabei kann es sich um Schulden handeln, die getilgt werden sollen oder auch um die Verpflichtung, für den Lebensunterhalt der Familie zu sorgen (Lebenshaltungs-Liability).⁸ Ein Teil der Lebenshaltungs-Liability ist die Verpflichtung, für eine Wohnmöglichkeit zu sorgen.⁹ Kurzum: Die Person wird neben dem Ergebnis der Geldanlage zu $t = 1$ weiteres Vermögen haben und möglicherweise bestehen dann auch Verpflichtungen. Die Ursachen und Quellen dieser Positionen werden indessen mit der heute anstehenden Portfolio Optimierung nicht verändert. Die anstehende Entscheidung betrifft einzig die Allokation des Geldbetrags auf die möglichen Anlagen.

Die Behandlung dieser übrigen Vermögensteile und eventueller Verpflichtungen verlangt indes keine neue Theorie. Die Optimierung der MPT wird lediglich unter der Bedingung durchgeführt, dass die anderweitigen, „nicht liquiden“ Positionen vorhanden sind. Diesen Weg schlagen wir nun ein. Zunächst sollen alle diese weiteren Komponenten des Gesamtvermögens zu einer einzigen Position zusammengefasst werden. Wir bezeichnen sie mit dem Buchstaben H , das an Humankapital als den Repräsentanten aller nicht-liquiden Vermögenspositionen erinnern soll. Das auf die möglichen Einzelanlagen zu verteilende Finanzvermögen sei mit W bezeichnet. Zu $t = 0$ hat die Person also ein bestimmtes Gesamtvermögen, über dessen Höhe sie wohl informiert ist, und zwar $w_0 + h_0$.

- Vom heutigen Gesamtvermögen $w_0 + h_0$ liegt der Teil w_0 in liquider Form vor und kann auf die möglichen Anlageinstrumente oder Anlageklassen allokiert werden. Diese Entscheidung betrifft die relativen Anteile oder Gewichte x . Konsequenz ist die dadurch festgelegte Portfoliorendite $R_p(x)$. Damit entsteht aus w_0 das zu $t = 1$ vorliegende Ergebnis $W_1 = w_0 \cdot (1 + R_p(x))$. Aus der Perspektive von $t = 0$ handelt es sich bei W_1 um eine unsichere Größe.
- Das zu $t = 0$ vorhandene, nicht-liquide Vermögen h_0 kann hingegen nicht durch (hier diskutierte Entscheidungen) verändert werden.¹⁰ Dieses Sons-

⁸ Bodie/Merton/Samuelson (1992), Campbell/Viceira (2002).

⁹ Cocco (2005), Sinai/Souleles (2005), Yao/Zhang (2005).

¹⁰ Einige Autoren haben versucht, das Humankapital als beleihbar zu modellieren. Das jedoch ändert nicht die stochastischen Eigenschaften des Humankapitals – seine Unsicherheit wirkt sich auf das Gesamtvermögen aus. Es wird also lediglich

tige Vermögen entwickelt sich im Verlauf der Zeit weiter und zu $t = 1$ wird daraus H_1 entstanden sein. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von H_1 sei bekannt. Damit ist auch die „Rendite“ R_H bekannt, mit der sich von $t = 0$ bis zu $t = 1$ das Sonstige Vermögen von h_0 zu H_1 entwickelt. Wird dieses Vermögen in der Form $H_1 = h_0 \cdot (1 + R_H)$ notiert, dann bestimmt sich die unsichere Rendite des Sonstigen Vermögens gemäß $R_H = (H_1 - h_0)/h_0$.

Die Rendite R_H verlangt eine kurze Betrachtung. Besteht das Sonstige Vermögen aus einer Immobilie oder aus der Beteiligung an einer Firma, dann ist R_H die finanzielle Rendite dieser Immobilie oder Beteiligung. Wie auch sonst rentiert eine Immobilie entsprechend der (fiktiven) Miete und der Wertänderung. Gleiches gilt für die Beteiligung an einer Unternehmung. Ausschüttungen und Wertänderungen bestimmen die Rendite. Besteht das Sonstige Vermögen eher aus Humankapital, dann drückt die Rendite $R_H = (H_1 - h_0)/h_0$ die Arbeitseinkünfte zwischen $t = 0$ und $t = 1$ aus sowie die Veränderung des Wertes des Humankapitals. Die Veränderung (ebenso wie die erwartete Veränderung) des Humankapitals zwischen $t = 0$ und $t = 1$ kann auch negativ sein. Dies besonders gegen Ende des Arbeitslebens, wenn die Kraft und das Vermögen einer Person, in der Zukunft noch Arbeitseinkünfte zu erzielen, zurück gehen. Gleiches gilt für das Sozialkapital. In einigen Phasen des Lebens muss man die Vernetzung aufbauen. Später kann man davon zehren, dass ein soziales Netz besteht. Auch in diesem Fall beschreibt R_H die Veränderung des Wertes des Sozialkapitals zwischen $t = 0$ und $t = 1$, neben Vor- und Nachteilen, welche in der Zeitspanne auf die Person zukommen.

4 Das optimale Portfolio bei Sonstigem Vermögen

Beide Komponenten zusammengefasst, entsteht aus dem heutigen Gesamtvermögen $w_0 + h_0$ das spätere (und den Nutzen stiftende) Gesamtvermögen $W_1 + H_1$ gemäß

$$W_1 + H_1 = w_0 \cdot (1 + R_p(x)) + h_0 \cdot (1 + R_H) \quad (5)$$

Werden beide Seiten in (5) durch das gesamte Anfangsvermögen $w_0 + h_0$ geteilt und wird auf beiden Seiten 1 abgezogen, so steht links die Gesamt-

die Grenze einer Verschuldung anders gesetzt. Die Verschuldungsmöglichkeit könnte auch sonst bei der Zusammensetzung des Portfolios berücksichtigt werden.

rendite, mit der sich das Gesamtkapital verändert. Sie sei mit R_Σ bezeichnet. Rechts steht $\omega \cdot R_p(x) + (1 - \omega) \cdot R_H$. Insgesamt gilt:

$$R_\Sigma = \omega \cdot R_p(x) + (1 - \omega) \cdot R_H \quad (6)$$

Dabei bezeichnet ω den relativen Anteil $\omega = w_0 / (w_0 + h_0)$ des Finanzvermögens. Hier nochmals die Umformung:

$$\begin{aligned} R_\Sigma &= \frac{(W_1 + H_1) - (w_0 + h_0)}{w_0 + h_0} \\ &= \frac{\{w_0 \cdot (1 + R_p(x)) + h_0 \cdot (1 + R_H)\} - (w_0 + h_0)}{w_0 + h_0} \\ &= \frac{w_0 \cdot R_p(x) + h_0 \cdot R_H}{w_0 + h_0} = \omega \cdot R_p(x) + (1 - \omega) \cdot R_H \end{aligned} \quad (7)$$

Mit (7) ist die von der Optimierung x abhängige Gesamtrendite R_Σ bestimmt.

Dem Mean-Variance-Kriterium folgend, versucht die Person den Erwartungswert abzüglich eines Vielfaches der Varianz dieser Gesamtrendite R_Σ zu maximieren. Ihr Kriterium ist also

$$\begin{aligned} \Phi(R_\Sigma) &= E[R_\Sigma] - \frac{a}{2} \cdot \text{var}[R_\Sigma] = \omega \cdot E[R_p] + (1 - \omega) \cdot E[R_H] \\ &\quad - \frac{a}{2} \cdot \left(\omega^2 \cdot \text{var}[R_p] + (1 - \omega)^2 \cdot \text{var}[R_H] + \right. \\ &\quad \left. 2 \cdot \omega \cdot (1 - \omega) \cdot \text{cov}[R_p; R_H] \right) \end{aligned} \quad (8)$$

Das Kriterium (8) soll nun dazu verwendet werden, die optimale Asset-Allokation für das Finanzkapital zu bestimmen. Wie zuvor sollen für das Finanzvermögen zwei Einzelanlagen (Aktien und Bonds) mit den Renditen R_A und R_B zur Verfügung stehen. Wieder sei x , eine eindimensionale Entscheidungsvariable. Sie ist der Teil des Finanzkapitals, der mit Rendite R_A angelegt wird, oder in unserer Interpretation: die Aktienquote.

Die Portfoliorendite und ihre Parameter sind wie in (1) bestimmt. Die Kovarianz zwischen der Rendite $R_p(x)$ des Finanzportfolios und der Rendite R_H des Sonstigen Vermögens errechnet sich zu:

$$\begin{aligned}
\text{cov}[R_p(x); R_H] &= \text{cov}[x \cdot R_A + (1-x) \cdot R_B; R_H] \\
&= \text{cov}[x \cdot R_A; R_H] + \text{cov}[(1-x) \cdot R_B; R_H] \\
&= x \cdot \text{cov}[R_A; R_H] + (1-x) \cdot \text{cov}[R_B; R_H] \\
&= x \cdot \sigma_A \cdot \sigma_H \cdot \rho_{A,H} + (1-x) \cdot \sigma_B \cdot \sigma_H \cdot \rho_{B,H}
\end{aligned} \tag{9}$$

Die Kovarianz hängt von der Aktienquote x ab, von der Standardabweichung σ_H der Rendite des Sonstigen Vermögens sowie von den beiden Korrelationskoeffizienten $\rho_{A,H}$ und $\rho_{B,H}$. Wird dies in (8) eingesetzt, dann nimmt das Kriterium die nachstehende Form an. Wir fassen es dabei als Funktion $\Psi(x) = \Phi(R_\Sigma(x))$ von x auf:

$$\begin{aligned}
\Psi(x) &= \omega \cdot x \cdot \mu_A + \omega \cdot (1-x) \cdot \mu_B \\
&\quad - \frac{a \cdot \omega^2}{2} \cdot \left(x^2 \cdot \sigma_A^2 + (1-x)^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot x \cdot (1-x) \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{A,B} \right) \\
&\quad - a \cdot \omega \cdot (1-\omega) \cdot \left(x \cdot \sigma_A \cdot \sigma_H \cdot \rho_{A,H} + (1-x) \cdot \sigma_B \cdot \sigma_H \cdot \rho_{B,H} \right)
\end{aligned} \tag{10}$$

Um die Asset-Allokation x zu optimieren, wird die erste Ableitung von (10) berechnet und anschließend gleich Null gesetzt:

$$\begin{aligned}
\Psi'(x) &= \omega \cdot \mu_A - \omega \cdot \mu_B \\
&\quad - a \cdot \omega^2 \cdot \left(x \cdot \sigma_A^2 + (x-1) \cdot \sigma_B^2 + (1-2 \cdot x) \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{A,B} \right) \\
&\quad - a \cdot \omega \cdot (1-\omega) \cdot \left(\sigma_A \cdot \sigma_H \cdot \rho_{A,H} - \sigma_B \cdot \sigma_H \cdot \rho_{B,H} \right)
\end{aligned}$$

$\Psi'(x) = 0$ für

$$\begin{aligned}
x &= \frac{\frac{(\mu_A - \mu_B)}{a \cdot \omega} + (\sigma_B^2 - \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{A,B})}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2 \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{A,B}} \\
&\quad - \frac{1-\omega}{\omega} \cdot \frac{\sigma_A \cdot \sigma_H \cdot \rho_{A,H} - \sigma_B \cdot \sigma_H \cdot \rho_{B,H}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2 \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{A,B}}
\end{aligned} \tag{11}$$

Die zweite Ableitung

$$\Psi''(x) = -a \cdot \omega^2 \cdot \left((\sigma_A - \sigma_B)^2 + 2 \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot (1 - \rho_{A,B}) \right)$$

ist negativ, sofern $\sigma_A \neq \sigma_B$ und $\rho_{A,B} < 1$ gilt. Es liegt infolgedessen bei (11) ein Maximum des Entscheidungskriteriums vor. Die Formel (11) zeigt mit-

hin die allgemeine Lösung der bedingten Optimierung (bei $n = 2$ Einzelanlagen mit den Renditen R_A und R_B).

Bemerkung: Die optimale Aktienquote hängt von allen Parametern der (gemeinsamen) Wahrscheinlichkeitsverteilung der drei Renditen R_A , R_B , R_H ab, mit Ausnahme von $\mu_H = E[R_H]$, der erwarteten Rendite auf das Sonstige Vermögen.

Die generelle Lösung (11) enthält (3) und damit auch (4) als Spezialfälle: Im Fall $\omega = 1$ (kein Sonstiges Vermögen) verschwindet der unterste Ausdruck in (11) und es entsteht die Formel (3). Nimmt man zusätzlich zu $\omega = 1$ noch an, die Anlage mit der Rendite R_B sei sicher, $\mu_B = r_f$, $\sigma_B = 0$, $\rho_{A,B} = 0$, so entsteht (4).

5 Die Parameter des Sonstigen Vermögens

Bei den beiden Anlageklassen, in die der Geldbetrag w_0 angelegt werden kann, soll es sich nun tatsächlich um Aktien und Bonds handeln (wobei Renten als risikobehaftete Anlagen verstanden werden). Das heißt, wir unterstellen Parameter, die für Aktien und für Bonds als realitätsnah angesehen werden. Wir verwenden sodann die Lösungsformel (11), um die optimale Aktienquote x unter der Bedingung zu optimieren, dass das heute vorhandene Vermögen $w_0 + h_0$ nur zum Teil $\omega = w_0 / (w_0 + h_0)$ liquide ist und zum Teil $1 - \omega$ aus nicht-liquidem, Sonstigen Vermögen besteht. Für dieses Sonstige Vermögen (zusammengesetzt aus Immobilien, Pensionsansprüche, Humankapital, Sozialkapital, Verpflichtungen) nehmen wir weiter an, es „verhalte sich wie die Realwirtschaft.“ Was soll damit gemeint sein? Die Realwirtschaft werde durch die (jährlichen) Veränderungen des aggregierten Konsums beschrieben, also durch $Consumption_1 / Consumption_0$. Die Realwirtschaft läuft gut, wenn der gesamtwirtschaftliche Konsum steigt, und sie läuft schlecht, wenn er fällt. Beginnt ein Konjunkturaufschwung ($Consumption_1 / Consumption_0$ realisiert sich über der langfristigen Wachstumsrate des Konsums), dann soll der Wert des Sonstigen Vermögens steigen. Das kann sich darin äußern, dass es mehr an Löhnen oder für einen Unternehmer höhere Entnahmen aus seinem Geschäft gibt. Zudem zeigt sich der Wert eines zukünftigen Einkommensstroms auch in der Sicherheit, mit der man mit zukünftigen Arbeitseinkommen rechnen kann. Auch dieses Argument stützt unsere Annahme, das Sonstige Vermögen verhalte sich wie die Realwirtschaft.

Umgekehrt: Wenn es in der Realwirtschaft zu einer Rezession käme (im Sinne einer geringen Realisation von $Consumption_1/Consumption_0$), könnte das Sonstige Vermögen negativ betroffen sein: Der Arbeitsplatz kann verloren gehen, Aufträge in der eigenen Firma bleiben aus, Renten werden nicht angepasst, Immobilien verlieren an Wert). Jedenfalls würden das Arbeitseinkommen und die anderen Positionen des Sonstigen Vermögens in einer Krise stark entwertet.

Wie kann im Licht dieser Wirkungen der Realwirtschaft auf das Sonstige Vermögen die Rendite R_H beschrieben werden? Die Annahme, das Sonstige Vermögen verhalte sich wie die Realwirtschaft soll bedeuten, dass R_H ein Vielfaches (oder eine lineare Funktion) von $Consumption_1/Consumption_0$ ist:

$$R_H = \upsilon + \lambda \cdot Consumption_1/Consumption_0 \quad (12)$$

Daraus ergeben sich zwei Folgen für die in (11) zu R_H benötigten Parameter wie $\sigma_H = SD[R_H]$, $\rho_{A,H}$ und $\rho_{B,H}$. Die erwartete Veränderung, $\mu_H = E[R_H]$, muss nicht bestimmt werden, weil sie nicht in das Kriterium (11) eingeht.

- Erstens ist $\sigma_H = SD[R_H]$ das entsprechende Multiple λ der Standardabweichung von $Consumption_1/Consumption_0$.
- Zweitens entsprechen die Koeffizienten der Korrelation $\rho_{A,H}$ und $\rho_{B,H}$ denen der Korrelation zwischen den Renditen von Aktien und Bonds und der Variable $Consumption_1/Consumption_0$.

Wir wenden uns σ_H zu und müssen hierfür eine Schätzung vornehmen. Dazu bestimmen wir aber nicht den Zusammenhang zwischen R_H und der Realwirtschaft ($Consumption_1/Consumption_0$), wir schätzen also nicht λ in (12). Statt dessen betrachten wir ein Extremereignis und kalibrieren so $\sigma_H = SD[R_H]$ auf eine direkte Weise.

- Das Extremereignis sei eine Wirtschaftskrise, wie sie alle 44 Jahre einmal auftritt: $Consumption_1/Consumption_0$ hat in diesem Fall einen negativen Wert. Diese Krise der Realwirtschaft tritt demnach mit einer (auf ein Jahr bezogenen) Wahrscheinlichkeit von $1/44 = 2,273\%$ ein. Wegen $0,02273 = N(-2)$ handelt es sich um ein Zwei-Sigma-Event.
- Nun gehen wir direkt zum Sonstigen Vermögen und nehmen eine Schätzung vor, was in einer solchen Krise passiert. Wir gehen davon aus, dass in einem solchen Zwei-Sigma-Event die Hälfte des Sonstigen Vermögens verloren geht.

Das heißt, die doppelte Standardabweichung der Veränderungsrate R_H des Sonstigen Vermögens ist 50 %. Also beträgt die gesuchte Standardabweichung 25 %.

Das Ergebnis der Kalibrierung: Die (wohl nicht so realitätsferne) Feststellung, dass in einer tiefen Wirtschaftskrise (wie sie alle 44 Jahre eintritt) die Hälfte des Sonstigen Vermögens verloren geht, impliziert $\sigma_H = 25\%$.

Jetzt fehlen noch Schätzungen der Korrelationen zwischen den Renditen auf Aktien und Bonds und der Rendite des Sonstigen Vermögens. Wie festgestellt, sind die Korrelationskoeffizienten gleich denen zwischen Aktien, Bonds und der Realwirtschaft. Shiller (1989) hat diese Korrelationskoeffizienten für die USA 1889-1978 geschätzt.¹¹ Die Realwirtschaft wird durch die Änderung des gesamtwirtschaftlichen Konsums beschrieben. Die Schätzungen besagen $\rho_{A,H} = 0,28$ und $\rho_{B,H} = -0,13$.

Demnach bieten Bonds einen Hedge gegen konjunkturelle Schwankungen (und gegen Krisen). In der Tat geht in einer Rezession typischerweise das Zinsniveau zurück und der Wert von Bonds nimmt zu.¹²

Die beiden für das Finanzkapital betrachteten Anlageklassen Aktienindex und Bondindex erzeugen mithin hinsichtlich der Realwirtschaft — also den Risikoeigenschaften des Sonstigen Vermögens — eine besondere Konstellation: Ein Engagement in den Aktienindex erhöht das Risiko des Gesamtportfolios, weil die Rendite R_A mit der Veränderungsrate der Realwirtschaft R_H positiv korreliert ist. Andererseits haben Aktien (gegenüber Bonds als Alternative) einen „Einkommensvorteil“ insofern als die erwartete Rendite auf den Aktienindex die des Bondindexes übertrifft, $\mu_A > \mu_B$. Ein Engagement in den Bondindex reduziert hingegen das Risiko des Gesamtportfolios, weil die Rendite R_B mit der Veränderungsrate der Realwirtschaft R_H negativ korreliert ist. Dieser „Diversifikationsvorteil“ ist allerdings mit dem „Einkommensnachteil“ gepaart dass die erwartete Rendite auf den Bondindex unter der des Aktienindexes liegt.

Aus diesen Überlegungen wird die Asset-Allokation auch hier darauf hinauslaufen, zwischen zwei Effekten abzuwägen: Mehr Aktien bieten eine höhere Ergebniserwartung verbunden mit größerem Risiko. Mehr Bonds bie-

¹¹ Shiller (1989).

¹² Während die Realwirtschaft und Bondrenditen klar negativ und die zwischen der Realwirtschaft und Aktien positiv korreliert sind, zeigen neuere empirische Forschungen, dass die Koeffizienten der Korrelation zwischen Aktienrendite und Bondrendite nicht stabil sind. Zwar sind Aktien und Bonds im Normalfall positiv korreliert, doch in krisenhaften Zeiten können sie auch negativ korreliert sein. Dieses als Decoupling bezeichnete Phänomen wird im Regime-Switching modelliert, siehe hierzu Hamilton (1989), Ang/Bekaert (1999).

ten ein geringeres Risiko bei im Vergleich zu Aktien geringerer Ergebniserwartung. Im ersten Unterschied zu ganz einfachen Abwägungen zwischen „Risk“ und „Return“ hängt hier das durch Aktien im Gesamtportfolio bewirkte Risiko nicht nur von σ_A ab, sondern auch von der Höhe der (positiven) Korrelation zwischen R_A und R_H . Und im zweiten Unterschied zu ganz einfachen Abwägungen zwischen „Risk“ und „Return“ hängt hier das durch Bonds im Gesamtportfolio bewirkte Risiko nicht nur von σ_B ab, sondern auch von der Höhe der (negativen) Korrelation zwischen R_B und R_H .

6 Die optimale Aktienquote

Alles zusammengenommen rechnen wir mit diesen Daten:

	μ	σ	ρ		
			Aktien	Bonds	Humankapital
Aktien	10 %	20 %	1	0,3	0,28
Bonds	5 %	6 %	0,3	1	-0,13
Humankapital	?	25 %	0,28	-0,13	1

Tabelle 1: Daten für die optimale Kombination von Aktien und Bonds unter der Bedingung, dass Sonstiges Vermögen (Humankapital) berücksichtigt werden soll. Die erwartete Rendite, mit der sich das Sonstige Vermögen verändert, wird in der Lösungsformel (11) nicht benötigt.

Werden diese Parameter in die Lösungsformel (11) eingesetzt, so folgt für die Aktienquote (Anteil Aktien im Finanzvermögen) der nachstehende Ausdruck.

$$x = \frac{\frac{(0,10 - 0,05)}{a \cdot \omega} + (0,0036 - 0,20 \cdot 0,06 \cdot 0,3)}{0,04 + 0,0036 - 2 \cdot 0,20 \cdot 0,06 \cdot 0,3} - \frac{1 - \omega}{\omega} \cdot \frac{0,20 \cdot 0,25 \cdot 0,28 - 0,06 \cdot 0,25 \cdot (-0,13)}{0,04 + 0,0036 - 2 \cdot 0,20 \cdot 0,06 \cdot 0,3}$$

Zusammenfassung führt dieser Ausdruck auf die optimale Aktienquote in dieser Form:

$$x = \frac{1}{0,0364} \cdot \left(\frac{0,05}{a \cdot \omega} - \frac{1 - \omega}{\omega} \cdot 0,01595 \right)$$

Daraus entsteht schließlich:

$$x = \frac{1,37363}{a \cdot \omega} - \frac{1-\omega}{\omega} \cdot 0,43819 \quad (13)$$

Bevor wir weiterfahren, sollen zwei Zahlenbeispiele das Ergebnis (13) illustrieren:

Beispiel 1: Eine Anlegerin hat die Risikoaversion $a = 2,5$. Sie beschreibt ihre finanzielle Situation: Das Finanzvermögen ist genau so hoch wie ihr Humankapital, also $\omega = 1/2$. Nach Formel (13) sollte sie ihr Finanzvermögen zu $x = 1,0989 - 0,4382 = 66\%$ in Aktien und folglich zu 34 % in Renten anlegen.

Beispiel 2: Eine andere Anlegerin möchte die Asset-Allokation überprüfen lassen. Derzeit ist ihr Finanzkapital zur Hälfte in Aktien und zur Hälfte in Bonds angelegt. Sie meint, eine höhere Risikoaversion zu haben und dass ein Aktienanteil von 50 % Aktien zu hoch für sie sei. Eine Befragung der Anlegerin ergibt $a = 4$. Nach der Formel (3), also ohne Berücksichtigung von Humankapital, sollte sie 34 % in Aktien und 66 % in Bonds anlegen. Jetzt möchte die Anlegerin auch ihr Humankapital berücksichtigt haben. Sie erklärt, das Finanzkapital sei nur halb so viel wie Geld wie was ihre Arbeit in der Zukunft noch bringen dürfte. Es wird mit $\omega = 1/3$ gerechnet. Formel (13) liefert $x = 1,03 - 2 \cdot 0,44 = 15\%$. Folglich sollte sie 15 % Aktien und 85 % Renten in ihrem Finanzportfolio halten.

Die optimale Aktienquote (13) ist von zwei Parametern bestimmt, nämlich von der Risikoaversion a sowie von ω , dem Anteil des Finanzvermögens am Gesamtvermögen. Die Abhängigkeit der optimalen Aktienquote x von diesen beiden Parametern a und ω ist als Grafik illustriert (Abbildung 1).

Die Ordinate in Abbildung 1 zeigt den optimalen Anteil von Aktien x am Finanzvermögen (Skalenbereich von -20% bis 120%). Der restliche Teil des Finanzvermögens wird in Bonds angelegt. Im oberen Bereich der Ordinate, für $1 < x \leq 1,2$, würde der Investor Bonds leer verkaufen, also einen Kredit mit fester Zinsverpflichtung nehmen, um mehr als sein Finanzkapital in Aktien investieren zu können. Im unteren Bereich $-0,2 \leq x < 0$ würde der Investor eine Leerposition in Aktien mit einem Engagement in Bonds kombinieren, dass sein Finanzkapital übersteigt.

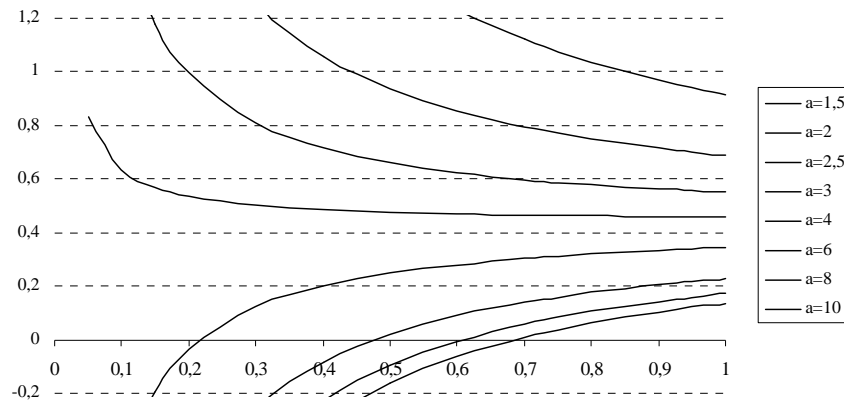


Abbildung 1: Auf der Ordinate angetragen sind die optimalen Aktienquoten (Anteil Aktien am Finanzvermögen), gezeigt zwischen -20% und 120% , in Abhängigkeit vom Anteil des Finanzvermögens am Gesamtvermögen, gezeigt auf der Abszisse zwischen 0 und 1 (Abszisse) für verschiedene Risikoaversionen.

Die Abszisse zeigt den Anteil ω des Finanzvermögens am Gesamtvermögen. Ganz rechts auf der Abszisse, bei $\omega = 1$, besteht das Gesamtvermögen allein aus Finanzkapital. Je mehr man auf der Abszisse von $\omega = 1$ nach links geht, desto höher wird der Anteil des Sonstigen Vermögens, der $1 - \omega$ ist. Links im Bild, bei $\omega = 0$, besteht ein Grenzfall. Hier würde das Gesamtvermögen nur aus Sonstigem Vermögen bestehen und die Person hätte kein Finanzvermögen, für das eine Asset-Allokation zu bestimmen wäre.

Die Grafik zeigt, wie die optimale Aktienquote x als Funktion von ω verläuft, und zwar für verschiedene Zahlenwerte der Risikoaversion a . Sie zeigt die Funktion (11) für die in Tabelle 1 gezeigten Daten. Die funktionale Abhängigkeit der Aktienquote x vom Anteil ω des Finanzkapitals am Gesamtvermögen zeigt eine gegensätzliche Richtung oder Krümmung, je nachdem, ob die Risikoaversion hoch oder gering ist. Bei geringerer Risikoaversion (in Abbildung 1 für die oberen vier Kurven und die Risikoaversionen von $a = 1,5$ bis $a = 3$) nimmt die Aktienquote x zu, wenn der Anteil des Finanzkapitals ω abnimmt, wenn also der Anteil $1 - \omega$ des Sonstigen Vermögens zunimmt – im Bild von rechts nach links gehend. Es kommt sogar zur Situation, in der die ohne Einschränkung optimierte Aktienquote größer als 100% ist. Die Person würde Bonds leer verkaufen oder einen Kredit mit Festzins nehmen, um den Kreditbetrag zusätzlich zum eigenen Finanzkapital in Aktien zu investieren.

Bei höherer Risikoaversion (in Abbildung 1 für die unteren vier Kurven und die Risikoaversionen zwischen $a = 4$ und $a = 10$) nimmt die Aktienquote x ab, wenn der Anteil ω des Finanzkapitals geringer (und der des Sonstigen Vermögens größer) wird: Die stärker risikoaverse Person investiert einen zunehmend geringeren Teil ihres Finanzvermögens in Aktien. Falls der Anteil des Sonstigen Vermögens größer und ein gewisses ω unterschritten wird, würde die Person sogar Aktien leer verkaufen, um mehr Renten kaufen zu können als ihrem Finanzkapital entspricht.

In einer Kurvendiskussion werde die optimale Aktienquote x in der allgemeinen Form (11) als Funktion der Risikoaversion a sowie des Anteils Finanzkapital ω betrachtet. Wird diese Funktion partiell nach ω differenziert, so zeigt sich: Für höhere Risikoaversionen $a > a^*$, die über einer kritischen Risikoaversion a^* liegen, ist $\partial x / \partial \omega > 0$ (wie in Abbildung 1 für die unteren Kurven). Für geringere Risikoaversionen $a < a^*$ ist $\partial x / \partial \omega < 0$ (wie in Abbildung 1 für die oberen Kurven). Die kritische Risikoaversion a^* , die das Umschlagen des Effektes des Sonstigen Vermögens anzeigt, ist so bestimmt:

$$a^* = \frac{\mu_A - \mu_B}{\sigma_H \cdot (\sigma_A \cdot \rho_{A,H} - \sigma_B \cdot \rho_{B,H})} \quad (14)$$

Für diese kritische Risikoaversion a^* gilt $\partial x / \partial \omega = 0$. Bei Personen mit dieser Risikoaversion a^* ist die optimale Aktienquote unabhängig von ω , dem Anteil des Finanzvermögens am Gesamtvermögen.

An der Formel (14) wird auch der Einfluss der Standardabweichung σ_H des Sonstigen Vermögens deutlich.

- Wird σ_H geringer, das Sonstige Vermögen also sicherer, dann wird die kritische Risikoaversion größer. Das heißt: Für immer mehr Investoren tritt der Fall $\partial x / \partial \omega = 0$, so dass Sonstiges Vermögen bei ihnen zu einer höheren Aktienquote führt.
- Wird σ_H aber größer, das Sonstige Vermögen also riskanter, dann wird die kritische Risikoaversion kleiner und für immer mehr Investoren tritt der Fall $\partial x / \partial \omega = 0$ ein, so dass Sonstiges Vermögen bei ihnen zu einem höheren Anteil Bonds führt.

Fazit: Falls das Sonstige Vermögen risikoarm ist, werden viele Personen ihre Aktienquote erhöhen, um zu berücksichtigen, dass sie über Sonstiges Vermögen verfügen. Falls das Sonstige Vermögen riskanter ist, werden viele Personen ihren Bondanteil erhöhen, wenn sie über Sonstiges Vermögen verfügen.

7 Zwei Effekte

Nochmals auf Abbildung 1 zurückkommend, gibt es somit eine gegensätzliche Auswirkung einer gedanklichen Verringerung des Anteils des Finanzkapitals ω am Gesamtvermögen oder, was dasselbe ist, einer Vergrößerung des Anteils $1 - \omega$ des Sonstigen Vermögens. Die Gegensätzlichkeit findet ihre Erklärung darin, dass zwei Effekte zu unterscheiden sind. Je nachdem, welcher Effekt überwiegt, stellt sich per saldo die eine oder die andere Wirkungsrichtung ein.

- **Risikoverwässerung.** Die Präferenz der Person orientiert sich an der Rendite für das Gesamtkapital. Angenommen, das Sonstige Vermögen ist risikoarm. Dann duldet eine Person durchaus größere Renditeschwankungen beim Finanzkapital, da diese sich aufgrund des Sonstigen Vermögens nur verwässert in der Volatilität der Gesamrendite auswirken. Die Person wählt einen höheren Aktienanteil.¹³
- **Diversifikation:** In vielen Fällen und wie auch hier angenommen ist die Rendite auf das Sonstige Vermögen nicht risikofrei, sondern stochastisch. Der Investor wird deshalb versuchen, mit der Zusammensetzung des Finanzportfolios einen Hedge für das Sonstige Vermögen zu erzeugen. Hier gelingt das durch stärkere Gewichtung von Bonds, da R_B und R_H .

Der Diversifikationseffekt wurde oft betrachtet und es gibt zahlreiche Beispiele: 1. Wer als Unternehmer einen eigenen Betrieb hat, wird bei der Zusammenstellung des Portfolios Aktien eher untergewichten, insbesondere Aktien aus demselben Sektor. 2. Wer eine Lebenshaltungsverpflichtung berücksichtigen muss, weil er keine eigene Immobilie besitzt und doch irgendwo ein Dach benötigt, wer also unsichere Mietzahlungen leisten muss, der wird beim Finanzportfolio Anlagen in Immobilienfonds oder Immobilienaktien übergewichten. 3. Wer eine Lebenshaltungsverpflichtung insofern hat, als er gern reist und oft in Hotels wohnt, was Ausgaben unsicherer Höhe mit sich bringt, kann durch den Kauf von Aktien des Dienstleistungssektors einen gewissen Hedge erreichen.¹⁴

¹³ Ein Investor mit Immobilien, Rentenansprüchen, Humankapital und Sozialkapital wird für die Rendite auf das Finanzportfolio daher eine höhere Standardabweichung passend finden, als wenn er kein Sonstiges Vermögen hätte. Wenn jemand 10.000 Euro anzulegen hat, aber daneben nichts besitzt, legt er das Geld vielleicht (relativ sicher) in Bonds an. Wenn eine Person mit gleicher Risikoaversion ebenso 10.000 Euro anlegen kann, des weiteren aber über ein Haus und Rentenansprüche verfügt, fällt die Wahl wohl eher auf Aktien.

¹⁴ Grossman/Laroque (1990), Elton/Gruber (1992), Goetzman (1993), Damgaard/Fuglsbjerg/Munk (2003), Cocco (2005), Sinai/Souleles (2005), Yao/Zhang (2005).

Der erste Effekt besagt: Wird das Sonstige Vermögen bedeutender (ω kleiner), dann strukturiert der Investor das Finanzportfolio riskanter, um seinen Risikoappetit — den er für das Gesamtvermögen formuliert — zu befriedigen. Das läuft auf eine höhere Aktienquote hinaus. Der zweite Effekt besagt: Wird das Sonstige Vermögen bedeutender (ω kleiner), dann strukturiert der Investor das Finanzportfolio verstärkt so, dass es als Hedge für das Sonstige Vermögen wirkt. Wenn das Sonstige Vermögen — wie in unserer Modellierung — mit der Realwirtschaft zusammenhängt, dann muss dazu der Bondanteil erhöht werden.

Der erste Effekt wirkt also in Richtung einer Erhöhung der Aktienquote, der zweite in Richtung einer Erhöhung des Anteils von Renten. Welcher Effekt den anderen dominiert, hängt von der persönlichen Risikoaversion ab.

- Ein Investor, dessen Risikoaversion nicht stark ist, erleidet Nutzenachteile, wenn er zu wenige Risiken hält und damit sein erwartetes Anlageergebnis vermindert. Eine perfekte Diversifikation ist für ihn weniger wichtig. Für diesen Investor ist der Hedge des Sonstigen Vermögens, der durch eine besondere Strukturierung des Finanzvermögens erzeugt werden kann, zweitrangig. Deshalb wird der risikotolerantere Investor die Aktienquote erhöhen, wenn der Anteil des Sonstigen Vermögens steigt.
- Ein Investor mit starker Risikoaversion wird die Diversifikation betonen. Für diesen Investor steht der Hedge des Sonstigen Vermögens im Mittelpunkt. Da in unserer Modellierung das Sonstige Vermögen mit der Realwirtschaft variiert und diese negativ mit der Bondrendite korreliert ist, wird der stärker risikoaverse Investor den Anteil Renten erhöhen (und die Aktienquote verringern), wenn der Anteil des Sonstigen Vermögens steigt.

Diese Überlegungen zeigen sich in der Quantifizierung in Abbildung 1: Bei höherer Risikoaversion (in Abbildung 1 bei den unteren Kurven) überwiegt der zweite Effekt: Wichtig ist die Absicherung des Sonstigen Vermögens durch Erhöhung des Bondanteils. Bei geringerer Risikoaversion (in Abbildung 1 bei den oberen Kurven) überwiegt der erste Effekt: Auch wenn das Finanzkapital riskanter ist, verwässert sich das Risiko im Gesamtvermögen. Der Wunsch, durch eine Erhöhung des Rentenanteils einen Hedge für das Exposure in der Realwirtschaft zu erzeugen, ist zwar vorhanden, bleibt indes gegenüber dem Wunsch nach höheren erwarteten Ergebnissen für die Finanzanlagen zurück.

Die kritische Risikoaversion, welche die beiden, ganz anders verlaufenden Auswirkungen des Humankapitals trennt, ist in (14) errechnet. Mit den Daten aus Tabelle 1 folgt $a^* = 3,135$. Wird diese kritische Risikoaversion in (13) eingesetzt, so folgt: $x^* = 43,82\%$. Ein Investor, der nur über Finanzka-

pital (und nicht über Sonstiges Vermögen) verfügt und die Risikoaversion $a^* = 3,135$ hat, würde also eine Aktienquote von $x^* = 43,82\%$ wählen. Fazit: Personen, die für sich eine höhere Aktienquote als 44 % für richtig erachten, wenn sie nur auf das Finanzkapital achten und Sonstiges Vermögen übersehen, werden ihre Aktienquote erhöhen, wenn sie ihr Sonstiges Vermögen berücksichtigen. Personen, die eine geringere Aktienquote als 44 % für sich als richtig erachten, wenn sie nur auf das Finanzkapital achten und das Sonstige Vermögen außer Betracht lassen, werden die Aktienquote reduzieren, wenn es dann bei der Asset-Allokation einkalkulieren.

Diese Aktienquote $x^* = 43,82\%$ verändert sich etwas, wenn mit anderen Parametern für die Renditen gerechnet wird als in Tabelle 1 angegeben. Man kann x^* für andere Daten aus (11) und (14) ableiten. Im Ergebnis ist die kritische Aktienquote x^* höher als die hier genannten 44 %, falls Bonds rentabler oder weniger riskant sind. Sie ist tiefer, sollten Aktien eine höhere Renditeerwartung oder ein geringeres Risiko aufweisen. Auch die Standardabweichung σ_H der Veränderungsrate des Sonstigen Vermögens hat über (14) einen Einfluss auf die kritische Risikoaversion (wie am Ende von Abschnitt 6 besprochen).

8 Umsetzung in der Praxis

Eine Bank hat diese Ergebnisse für die Beratung aufgegriffen und noch etwas vereinfacht: Neukunden werden befragt, ob sie sich mit einer Aktienquote von 44 % wohl fühlen, oder ob sie persönlich eine Aktienquote von 44 % eher als zu hoch oder zu tief empfinden.

	„Ich verfüge über weiteres Vermögen und das jetzt anzulegende Finanzkapital ist nur ein Teil meines Gesamtvermögens.“	„Ich verfüge nicht oder kaum über weiteres Vermögen und das jetzt anzulegende Finanzkapital ist praktisch mein gesamtes Vermögen.“
„Für mich sind eher mehr als 44 % Aktien richtig.“	90 % Aktien, 10 % Bonds	66 % Aktien, 34 % Bonds
„Für mich sind weniger als 44 % Aktien passend.“	6 % Aktien, 94 % Bonds	25 % Aktien, 75 % Bonds

Tabelle 2: Synthese der Erkenntnisse.

- Lautet die Antwort des Neukunden, dass 44 % Aktien in etwa richtig sind, dann wird nicht weiter nach Immobilien, Rentenansprüchen, Humankapital oder Sozialkapital gefragt, da sich diese Aktienquote beim Einbezug Sonstigen Vermögens ohnehin nicht ändern würde.
- Lautet die Antwort des Neukunden, dass er eine höhere Aktienquote als 44 % für richtig befindet, so wird die Antwort so interpretiert, als ob für ihn (bei $\omega = 1$) eine Aktienquote von $2/3$ passend wäre. Die entsprechende Risikoaversion ist $a = 2,06$. Dann wird weiter gefragt, ob der Kunde über Sonstiges Vermögen (Humankapital, Immobilien) verfügt, das, auch wenn es nicht disponibel ist, bei der Asset-Allokation für das Finanzvermögen eigentlich zu berücksichtigen wäre. Bejaht der Kunde die Existenz weiterer, nicht-liquider Vermögenspositionen, dann wird diese Antwort als $\omega = 1/2$ interpretiert, also $W_0 = H_0$. Für $a = 2,06$ und $\omega = 1/2$ ist die optimale Asset-Allokation 90 % Aktien und 10 % Bonds.
- Lautet die Antwort hingegen, dass der Kunde eine geringere Aktienquote als 44 % persönlich für richtig empfindet, so wird dies interpretiert, als ob für diese Person (und den Fall $\omega = 1$) eine Aktienquote von 25 % passend wäre. Das entspricht einer Risikoaversion von $a = 5,50$. Sodann wird gefragt, ob der Neukunde über Sonstiges Vermögen verfügt, das bei der Asset-Allokation für das Finanzvermögen berücksichtigt werden soll. Bejaht der Kunde, wird das wiederum als $\omega = 1/2$ interpretiert ($W_0 = H_0$). In diesem Fall $a = 5,50$ und $\omega = 1/2$ sind 6 % Aktien und 94 % Bonds für das Finanzvermögen optimal.

Die Beratung verlangt natürlich Vereinfachungen. Hinsichtlich der Risikoaversion werden hier also nur noch drei Abstufungen unterschieden, je nachdem ob sie bei isolierter Betrachtung des Finanzkapitals 25 % ($a = 2,06$), 40 % oder 66 % ($a = 5,50$) Aktien als passend empfinden. Wir sprechen bei diesen drei Niveaus der Risikoaversion von einem vorsichtigen, von einem renditeorientierten und von einem wachstumsorientierten Kunden.

Eine zweites Merkmal ist, ob Sonstiges Vermögen vorhanden ist oder nicht. Auch hierbei wird vereinfacht, indem bei Bejahung von Sonstigem Vermögen $\omega = 1/2$ unterstellt wird. Somit ergeben sich mit dem vorgestellten Schema fünf Kundentypen:

1. Vorsichtiger Kunde ohne Sonstiges Vermögen. Hier werden 25 % Aktien und 75 % Renten empfohlen.
2. Vorsichtiger Kunde mit Sonstigem Vermögen: 6 % Aktien und 94 % Renten.
3. Renditeorientierter Kunde: Er erhält ein Portfolio aus 40 % Aktien und 60 % Bonds, unabhängig davon, ob Sonstiges Vermögen vorhanden ist oder nicht.

4. Wachstumsorientierter Kunde ohne Sonstiges Vermögen: Hier werden 66 % Aktien und 34 % Bonds empfohlen.
5. Wachstumsorientierter Kunde mit Sonstigem Vermögen: Ihm wird zu einer Aufteilung des Anlagekapitals in 90 % Aktien und 10 % Bonds geraten.

Insgesamt darf gesagt werden, dass durch das Sonstige Vermögen gewisse Präferenzen für Aktien oder für Bonds noch verstärkt werden. Jemand, der (ohne Betrachtung von Sonstigem Vermögen) eher Renten für sein Finanzportfolio wünscht (Typ 1), sollte bei Beachtung des Sonstigen Vermögens (wie Kundentyp 2) 94 % seines Finanzkapitals in Renten anlegen. Jemand, der (ohne Betrachtung von Sonstigem Vermögen) eher Aktien für sein Finanzportfolio wünscht (Typ 3), sollte bei Beachtung des Sonstigen Vermögens (wie Kundentyp 5) 90 % seines Finanzkapitals in Aktien anlegen.

Noch weiter vereinfachend kann davon ausgegangen werden, dass eigentlich alle Kunden im Private Banking noch über Sonstiges Vermögen verfügen. Von den genannten fünf Kundentypen bleiben dann nur noch zwei übrig. Die einen sehen primär, dass sich das Aktienrisiko im Gesamtvermögen verwässert, die anderen sehen primär, dass sich mit Bonds das Risiko des Sonstigen Vermögens hedgen lässt.

Die Unterscheidung dieser beiden Typen soll durch ein Zahlenbeispiel abgeschlossen werden. Die Situation sei durch $\omega = 1/10$ beschrieben. Das heißt, das Gesamtvermögen besteht zu 9 Teilen aus Sonstigem Vermögen und zu 1 Teil aus Finanzkapital. Weiter möchte der Neukunde die Aktienquote zwischen 0 und 100 % wählen, $0 \leq x \leq 1$. Weder Leerverkäufe von Bonds noch von Aktien werden betrachtet. Das Ergebnis:

- Der Investor wählt für sein Finanzkapital optimalerweise nur Bonds, $x = 0$, sofern seine Risikoaversion 3,48 oder größer ist. Hätte der Investor nur Finanzkapital, würde er bei dieser Risikoaversion 39,44 % Aktien wählen.
- Der Investor wählt hingegen nur Aktien, $x = 1$, sofern seine Risikoaversion 2,78 oder geringer ist. Hätte der Investor nur Finanzkapital, würde er bei dieser Risikoaversion 49,44 % Aktien wählen.

In einer Situation mit $\omega = 1/10$ könnte die beratende Bank daher so vorgehen. Sie lädt den Kunden ein, zunächst nur an sein Finanzkapital zu denken (sich also $\omega = 1$ vorzustellen) und stellt die Frage, an welche Aktienquote er denken würde. Nennt der Kunde eine Wunsch-Aktienquote unter 39,44 %, dann gehört er zum erstgenannten Typ und wird, nun unter Berücksichtigung der Tatsache $\omega = 1/10$, sein Finanzkapital vollständig in Bonds anlegen. Nennt der Kunde hingegen eine Wunsch-Aktienquote über 49,44 %, dann wird er sein Finanzkapital ganz in Aktien investieren. Nur im Grenzbereich,

wenn der Kunde für das Finanzkapital bei isolierter Betrachtung eine Aktienquote zwischen 39,44 % und 49,44 % für wünschenswert hielte, liegt die optimale Aktienquote unter Berücksichtigung des Sonstigen Vermögens zwischen 0 und 100 %. Sie kann in diesem Fall wieder nach (13) ermittelt werden.

So haben am Ende in der Beratung von Kunden (mit Sonstigem Vermögen) nur zwei Empfehlungen Bestand: Den einen wird empfohlen, Ihr ganzes Finanzkapital in Renten anzulegen, den anderen werden Aktien empfohlen.

Literatur

- Ang, Andrew / Bekaert, Geert (1999): Stock Return Predictability: Is it There?, in: *Review of Financial Studies*, Vol. 20, No. 3, S. 651-707.
- Bodie, Zvi / Merton, Robert C. / Samuelson, William F. (1992): Labor Supply Flexibility and Portfolio Choice in a Life Cycle Model, in: *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 16, No. 3-4, S. 427-499.
- Bourdieu, Pierre (1983): Ökonomisches Kapital, Kulturelles Kapital, Soziales Kapital, in: *Soziale Ungleichheiten, Soziale Welt, Sonderband 2*, hrsg. von Reinhard Kreckel, Göttingen, S. 183-198.
- Boscaljon, Brian (2004): Time, wealth, and human capital as determinants of asset allocation, in: *Financial Services Review*, Vol. 13, No. 3, S. 167-184.
- Campbell, John Y. / Viceira, Luis M. (2002): *Strategic Asset Allocation — Portfolio Choice for Long-Term Investors*, Oxford.
- Cocco, João (2005): Portfolio choice in the presence of housing, in: *Review of Financial Studies*, Vol. 18, No. 2, S. 535-567.
- Damgaard, Anders / Fuglsbjerg, Brian / Munk, Claus (2003): Optimal Consumption and Investment Strategies with a Perishable and an Indivisible Durable Consumption Good, in: *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 28, No. 2, S. 209-253.
- Elton, Edwin J. / Gruber, Martin J. (1992): Optimal Investment Strategies with Investor Liabilities, in: *Journal of Banking and Finance*, Vol. 16, No. 5, S. 869-890.
- Elton, Edwin J. / Gruber, Martin J. / Brown, Stephen / Goetzmann, William N. (2006): *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, New York.
- Friend, Irwin (1977): The Demand for Risky Assets: Some Extensions, in: *Financial Decision Making under Uncertainty*, hrsg. von Haim Levy und Marshall Sarnat, New York, S. 65-82.
- Geyer, Alois / Hanke, Michael / Weissensteiner, Alex (2008): Life-cycle Asset Allocation and Optimal Consumption Using Stochastic Linear Programming,

- Working Paper, University of Innsbruck, Vienna University of Economics and Business Administration, Austrian Working Group.
- Goetzmann, William N. (1993): The Single Family Home in the Investment Portfolio, in: *Journal of Real Estate Finance and Economics*, Vol. 6, No. 3, S. 201-222.
- Grossman, Sanford J. / Laroque, Guy (1990): Asset Pricing and Optimal Portfolio Choice in the Presence of Illiquid Durable Consumption Goods, in: *Econometrica*, Vol. 58, No. 1, S. 25-51.
- Guiso, Luigi / Sapienza, Paola / Zingales, Luigi (2004): The Role of Social Capital in Financial Development, in: *American Economic Review*, Vol. 94, No. 3, S. 526-556.
- Hamilton, James D. (1989): A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle, in: *Econometrica*, Vol. 57, No. 2, S. 357-84.
- Klos, Alexander / Langer, Thomas / Weber, Martin (2003): Über kurz oder lang - Welche Rolle spielt der Anlagehorizont des Investments?, in: *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, 73. Jg., Nr. 7, S. 733-765.
- Kroll, Yoram / Levy, Haim / Markowitz, Harry M. (1984): Mean-Variance Versus Direct Utility Maximation, in: *Journal of Finance*, Vol. 39, No. 1, S. 47-61.
- Kundisch, Dennis / Zorzi, Robin (2008): Sozialkapital-Leverage in der Asset Allocation, Universität Freiburg im Breisgau, Diskussionspapiere des Instituts für Betriebswirtschaftslehre der Universität Augsburg, Nr. WI-236.
- Pulley, Lawrence B. (1981): A General Mean-Variance Approximation to Expected Utility for Short Holding Periods, in: *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 16, No. 3, S. 361-373.
- Rudolph, Bernd (2006): Unternehmensfinanzierung und Kapitalmarkt, Tübingen.
- Samuelson, Paul A. (1970): The Fundamental Approximation Theorem of Portfolio Analysis in terms of Means, Variances, and Higher Moments, in: *Review of Economic Studies*, Vol. 37, No. 4, S. 537-542.
- Scheicher, Martin (2003): Bestimmungsfaktoren der Risikoaversion von Anlegern. Eine empirische Untersuchung mit Tagesdaten des deutschen Aktienmarktes, in: *Quartalsbericht Juni 2003*, hrsg. von der Bank für Internationalen Zahlungsausgleich, Basel, S. 73-82.
- Schwitzer, Lukas (2008): Empirische Ermittlung der relativen Risikoaversion von Investoren: Ein Ansatz zur Klassifizierung verschiedener Risikotypen, Innsbruck.
- Shiller, Robert J. (1989): *Market Volatility*, Princeton.
- Sinai, Todd / Souleles, Nicholas S. (2005): Owner-Occupied Housing as a Hedge Against Rent Risk, in: *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 120, No. 2, S. 763-789.

- Spremann, Klaus (1995): Asset-Allocation im Lebenszyklus und Vintage-Programm, in: Private Banking, hrsg. von Bruno Gehrig, Zürich, S. 115-146.
- Spremann, Klaus (2008): Portfoliomanagement, 4. Auflage, München.
- Spremann, Klaus / Winhart, Stefanie (1997): Humankapital im Portfolio privater Investoren, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 67. Jg., Ergänzungsheft 3, S. 145-167.
- Williams, Joseph T. (1978): Risk, Human Capital, and the Investor's Portfolio, in: Journal of Business, Vol. 55, No. 1, S. 65-89.
- Williams, Joseph T. (1979): Uncertainty and the Accumulation of Human Capital over Life Cycle, in: Journal of Business, Vol. 52, No. 4, S. 521-548.
- Yao, Rui / Zhang, Harald H. (2005): Optimal Consumption and Portfolio Choices with Risky Housing and Borrowing Constraints, in: The Review of Financial Studies, Vol. 18, No. 1, S. 197-239.
- Zhang, Huiyan / Jin, Run-tian (2006): Value-Added of Human Capital through Complementary Capital, in: Journal of American Academy of Business, Vol. 9, No. 1, S. 191-196.